NÚM. 42, JUNY 20, ISSN: 1137-7038, pp. 235/263

ADAPTACIÓ DEL COEFICIENT DE GINI PER A LA FORMULACIÓ D'UN COEFICIENT DE DESIGUALTAT LINGÜÍSTICA

Francesc J. Hernàndez
Dpto. Sociología i Antropologia Social
Universitat de València)

RESUM

El text adapta el Coeficient de Gini per elaborar un Coeficient de Desigualtat Lingüística (CDL) i aplicar-lo al cas valencià, tenint en compte les Taxes de Competència i les Taxes d'Ús. Es desenvolupen dos models, un basat en corbes parabòliques i un altre basat en corbes exponencials per al cas de disposar d'una parella de dades (x,y). Es calculen els Coeficients de Desigualtat Lingüística en ambdós casos per a les regions sociolingüístiques valencianes. Finalment es compara el resultat amb una corba general per al cas valencià.

PALABRAS CLAVE

DESIGUALTAT, LLENGUA, COEFICIENT DE GINI

1. Introducció

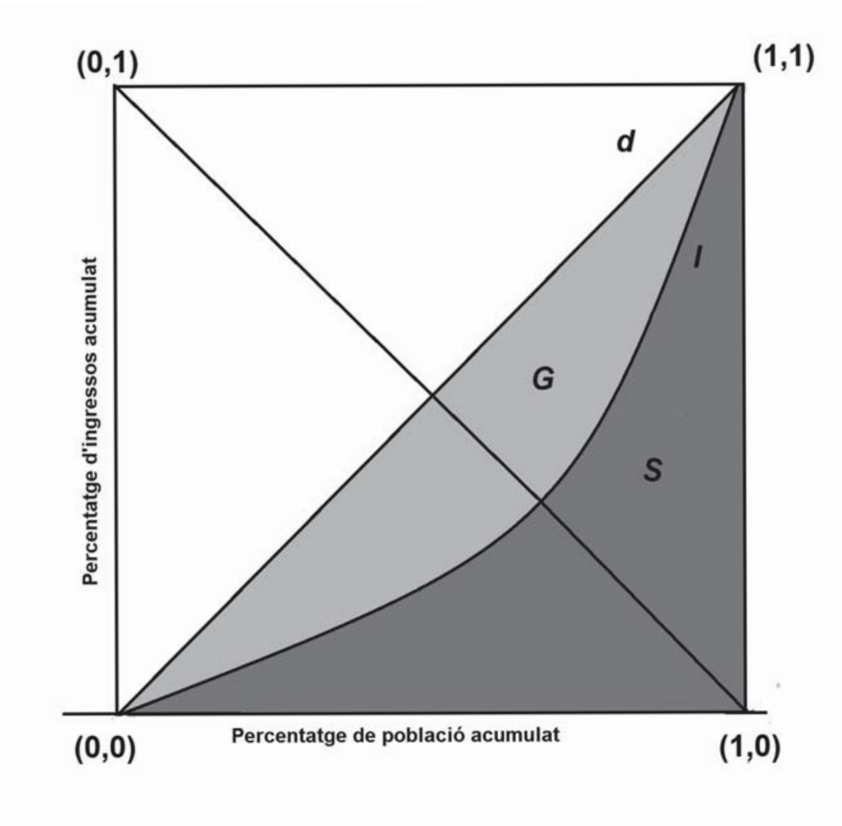
Sobre el Coeficient de Gini

Una de la maneres més habituals de mesurar la desigualtat és l'Índex o Coeficient de Gini (cf., per exemple, Banc Mundial 2019, INE 2019) anomenat així per l'estadístic i sociòleg que el va formular, l'italià Corrado Gini. A continuació s'explica breument el seu fonament, per procedir, més endavant, a aplicar-lo a la nostra situació sociolingüística.

Si en una societat determinada hi haguera una distribució absolutament equitativa dels ingressos, la representació en els eixos cartesians del percentatge de població acumulada (en l'eix x o de les abscises) i del percentatge dels ingressos acumulats (en l'eix y o de les ordenades) faria que els punts de la distribució estigueren alineats en la diagonal o bisectriu que uneix els punts (0,0) i (1,1), que s'indica amb la lletra d en el gràfic 1. Ara bé, si hi ha una distribució desigual i ordenem la mostra, de manera que a l'esquerra de l'eix x es col·loquen les persones amb menys ingressos i a la dreta les persones amb més ingressos, el resultat no serà una recta, sinó una corba, l'anomenada corba de Lorenz, per baix de la bisectriu, corba que hem indicat amb la lletra l en el gràfic. Tant la recta d com la corba l delimiten unes superfícies, que anomenarem G i S. G és la superfície entre la recta d i la corba l (en gris clar en el gràfic 1) i S la superfície baix de la corba (en gris fosc en el mateix gràfic). És clar que si a l'àrea total del quadrat delimitat pels punts (0,0), (0,1), (1,1) i (1,0) li donem el valor 1, precisament perquè fem servir percentatges acumulats, aleshores:

$$G + S = \frac{1}{2} \qquad [1]$$

Gràfic 1. Representació del Coeficient de Gini



Doncs bé, l'Índex de Gini és la proporció entre, d'una banda, l'àrea G, i de l'altra, l'àrea per baix de la línia d, és a dir, $G + S$, que és equivalent al triangle que uneix els punts (0,0), (1,0) i (1,1). L'Índex de Gini adopta valors entre 0 (igualtat absoluta) i 1 (màxima desigualtat). A més desigualtat, l'àrea grisa clara creix i la corba l s'allunya de la bisectriu o diagonal d, i viceversa. Per calcular l'Índex de Gini hem de considerar:

$$\text{Índex de Gini} = \frac{G}{G+S} = \frac{\frac{1}{2} - S}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} - \frac{S}{\frac{1}{2}} = 1 - 2S \qquad [2]$$

El valor de l'Índex de Gini multiplicat per 100 s'anomena Coeficient de Gini, que sol ser l'emprat en estadístiques socioeconòmiques. A continuació es parlarà de Coeficient de Gini.

Adaptació del Coeficient de Gini per a un Coeficient de Desigualtat Lingüística

L'Índex o Coeficient de Gini s'ha aplicat a molts camps distints de l'economia, com ara la botànica, la meteorologia o la psicologia (Cf. Grajales Conesa, Aceves-Chong & Rincón-Rabanales 2016; Benhamrouche & Martín Vide 2012; Pérez Labajos et al. 2005; Maldonado, Pérez-Ocón, Herrera 2007). De manera semblant al Coeficient de Gini, podríem formular un Índex de Desigualtat (o Diferència) Lingüística, el qual, multiplicat per 100, proporcionaria un Coeficient de Desigualtat Lingüística (abreviat *CDL*).

Les nocions de llengua *minoritzadora* i llengua *minoritzada* són habituals en sociolingüística. En un context multilingüe, llengües minoritzadores són aquelles que presenten taxes d'ús en l'àmbit públic superior a les taxes d'ús en l'àmbit privat; llengües minoritzades són aquelles altres que, pel contrari, presenten taxes d'ús en l'àmbit privat superiors a les taxes d'ús en l'àmbit públic. Considerarem taxes d'ús en l'àmbit privat aquells percentatges que determinen les enquestes sociolingüístiques habituals quan pregunten per la llengua parlada a la casa, mentre que podem identificar les taxes d'ús en l'àmbit públic amb les qüestions habituals sobre la llengua parlada al carrer amb persones desconegudes. Deixem de banda, en el cas de les llengües minoritzades, les raons que donen els individus a la seua inhibició en l'espai públic, perquè és un tema més bé de la psicologia de la llengua. Per tant, la relació entre la taxa de competència i la taxa d'ús en l'àmbit públic ens dona una mesura de, per dir-ho així, la coacció –en el sentit de Durkheim– que pateixen els parlants d'una llengua minoritzada per no fer-la servir en l'espai públic.

Ara bé, la relació entre la *TC* i *TU* (que a partir d'ací sempre s'entén com taxa d'ús en l'àmbit públic), no és una relació *lineal*, perquè es dona necessàriament que:

$$\lim_{TC \to 0} TU = 0 \qquad [3]$$

$$\lim_{TU \to 1} TC = 1 \qquad [4]$$

És a dir, segons la fórmula [3], si la taxa de competència tendeix a 0, la taxa d'ús també s'aproximarà a 0 i, en el cas extrem, si *TC* = 0, aleshores necessàriament *TU* = 0, val a dir, si no hi ha competència no pot haver-ne ús. I també, segons la fórmula [4], si la taxa d'ús tendeix a 1 (al 100%), la taxa de competència també s'aproximarà necessàriament a 1 i, en el cas extrem, si *TU* = 1, aleshores necessàriament *TC* = 1, val a dir, si l'ús és total, la competència ha de ser-ho.

Corbes del CDL a partir d'un punt (x, y)

Si representem la taxa de competència (*TC*) (oral activa) en l'eix x i la taxa d'ús (*TU*) (en l'espai públic, ús de la llengua al carrer amb persones desconegudes) en l'eix y de un determinat grup social (per exemple, el que habita en un territori) i incorporem els punts (0,0) i (1,1), per les fórmules [3] i [4], aleshores els podrem unir els tres amb una corba i l'espai entre la corba i la bisectriu serà una representació de la coacció esmentada adés i, per tant, això ens permetrà calcular un Coeficient de Desigualtat Lingüística (*CDL*), de manera semblant a com es procedeix amb el Coeficient de Gini. És a dir, en una representació anàloga al gràfic 1, en la qual fem servir percentatges acumulats, si disposem d'un punt (x_i, y_i), podem suposar una corba que també passe pels punts (0,0) i (1.1). Però, quin tipus de corba? En l'epígraf 2 comentarem corbes parabòliques i l'epígraf 3 corbes exponencials. Cal dir que la corba parabòlica és simètrica respecte de la diagona que uneix els punts (1,0) i (0.1), la qual cosa no succeeix amb la corba exponencial. Algú podria pensar que si afegim la condició de simetria i esbrinem corbes parabòliques estem, diguem-ne, «demanant massa». La mateixa natura s'inclina freqüentment per configuracions simètriques (cf. Navarro 2011).

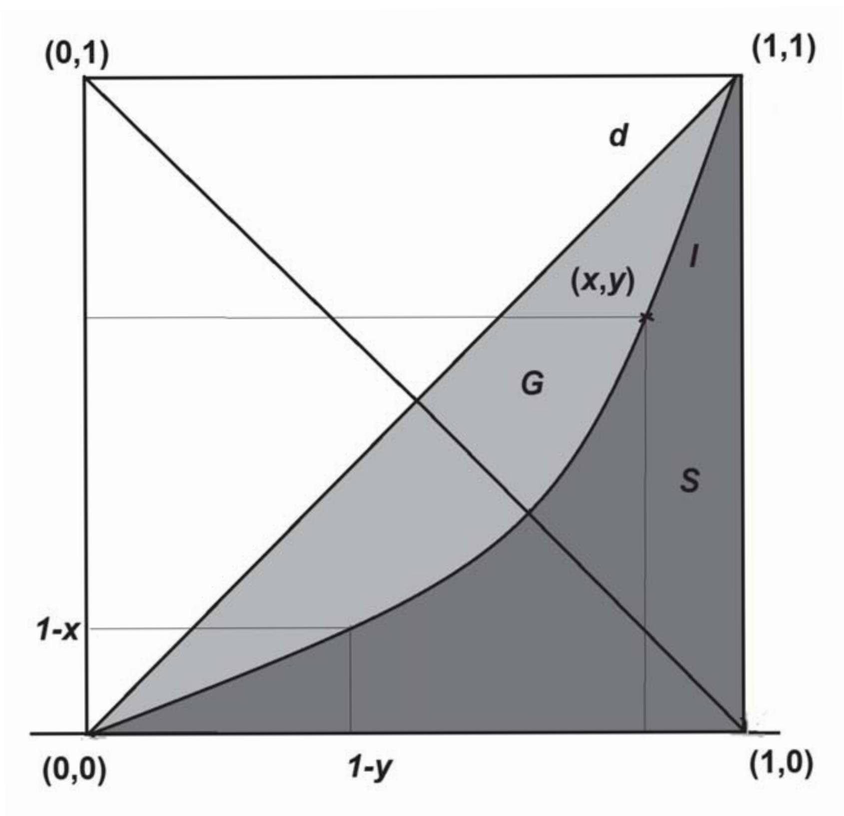
2. Càlcul de coeficients de desigualtat lingüística amb corbes parabòliques

Introducció al càlcul de corbes parabòliques

Partint de tres punts, (x_i, y_i), (0,0) i (1.1), podem determinar una corba parabòlica que, a més, és una corba simètrica respecte de l'altra bisectriu, val a dir, la recta que uneix els punts (0,1) i (1,0) i que és perpendicular a la diagonal *d*. La superfície entre aquesta diagonal *d* i la corba serà la superfície *G*.

Considerem el gràfic 2, en el qual trobem una corba parabòlica que passa pel punt (x_i, y_i), que simplificarem com (x,y), i que, per la condició de simetria, també passa pels seus simètrics respecte de la diagonal (0,1)-(1,0), a saber, pel punt que té com a coordenades $(1\text{-}y,\ 1\text{-}x)$.

Gràfic 2. Representació del Coeficient de Gini amb una corba parabòlica

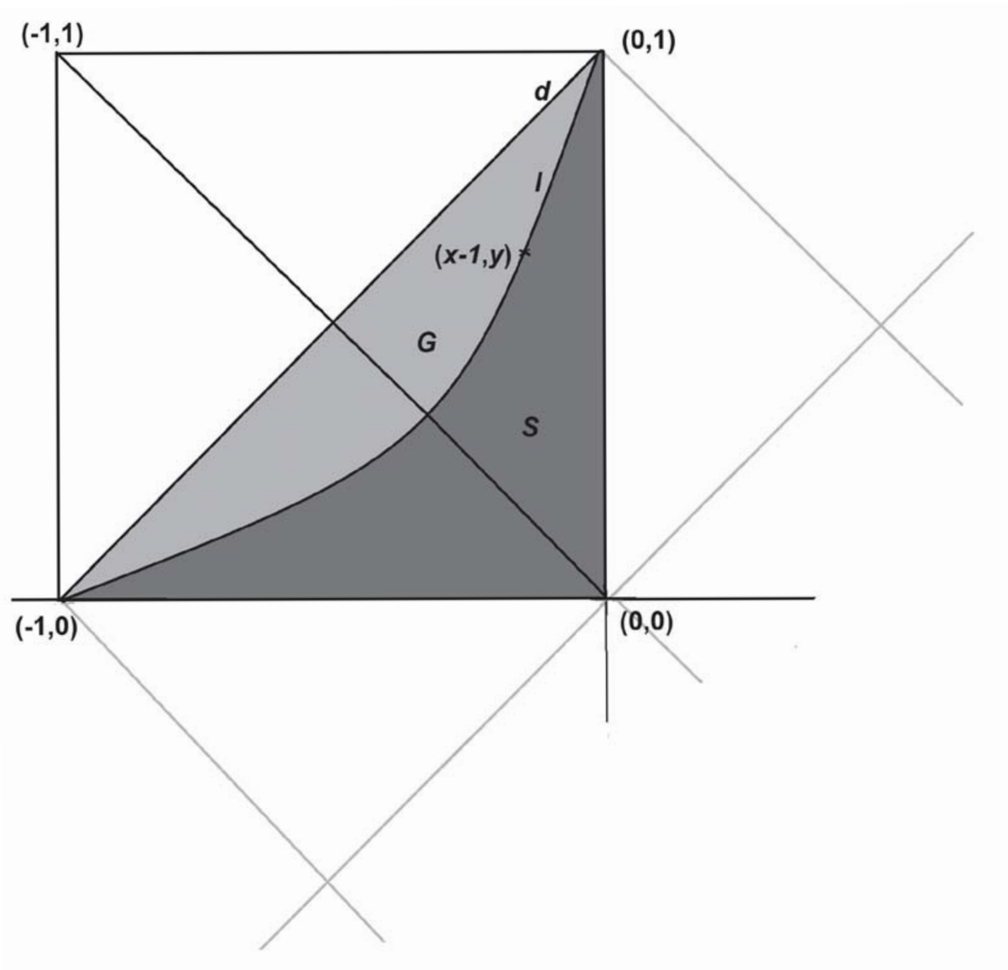


Aleshores hem de buscar una corba parabòlica que passe pels quatre punts indicats: (*0,0*), (*x,y*), (*1-y, 1-x*) i (*1,1*) Podem fer servir un full de càlcul i demanar al programa que faça una línia de tendència que passe per aquest quatre punts i ens done la seua equació polinòmica. Ara bé, els programes habituals calculen aquesta equació amb un lleu biaix. Poden proporcionar, per exemple, una equació del tipus $y=ax^2+bx+c$, però en el nostre cas $c=0$, perquè altrament la corba no passaria pel punt (*0,0*). És per això que hem de recórrer a un altre mètode de càlcul, que expliquem a continuació amb detall.

Per poder calcular una paràbola respecte de la bisectriu, necessitem realitzar una traslllació, un desplaçament horitzontal de l'eix *y*, la qual cosa produeix unes noves coordenades en els eixos desplaçats, que anomenarem x' i y', i posteriorment una rotació dels eixos x' i y', amb la qual cosa obtindrem els eixos x'' i y''. Anem a pams.

En primer lloc procedirem a efectuar un desplaçament horitzontal dels eixos de coordenades una unitat cap a la dreta, de manera que, per exemple, el punt (1,0) passa a ser el punt (0,0), etc. Aquest desplaçament es representa en el gràfic 3.

Gràfic 3. Representació del Coeficient de Gini amb una corba parabòlica, després del desplaçament horitzontal (amb línies auxiliars)



Després del desplaçament horitzontal dels punts (x,y), les noves coordenades (x',y') s'arrepleguen en la taula 1. La seua construcció és fàcil perquè, si desplacem horitzontalment els eixos una unitat cap a la dreta, hi ha prou en restar una unitat del valor de la x i mantenir igual el valor de la y.

Taula 1. Posició dels punts després del desplaçament horitzontal

(x,y)	(x',y')
(0,0)	(-1,0)
(0,1)	(-1,1)
(1,0)	(0,0)
(1,1)	(0,1)
(x,y)	(x-1,y)

A continuació efectuarem una rotació de 45º (en el sentit contrari de les agulles d'un rellotge). En el cas de les rotacions, les noves coordenades estan establides per les fòrmules [5] i [6] (cf. Aleksandrov, Kolmogorov & Lavrentiev 2015; Pontriaguin 2011a i 2011b):

$$x'' = x'\cos\alpha + y'\sin\alpha \qquad [5]$$

$$y'' = y'\cos\alpha - x'\sin\alpha \qquad [6]$$

En aquest cas, com que es tracta d'una rotació de 45º, tenim que:

$$\sin 45^o = \cos 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad [7]$$

Per la qual cosa, substituint els valors de [7] en [5] i [6], obtenim:

$$x'' = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x'+y') = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x-1+y) = \frac{(x-1+y)\sqrt{2}}{2} \qquad [8]$$

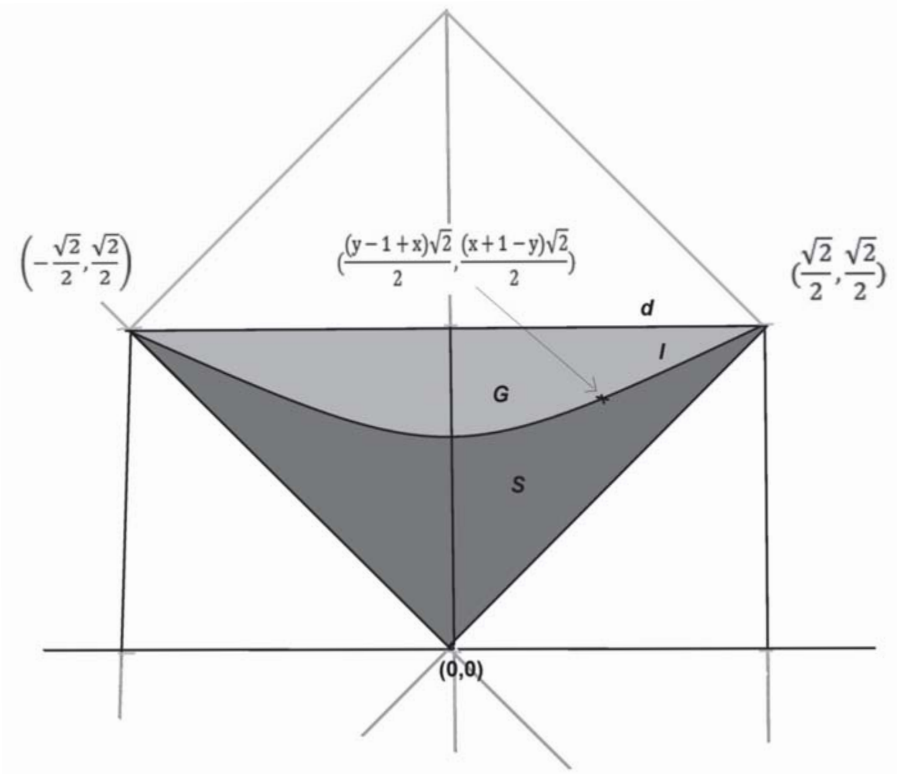
$$y'' = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(y'-x') = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(y+1-x) = \frac{(y+1-x)\sqrt{2}}{2} \qquad [9]$$

Aleshores, les noves coordenades prenen els valors que apareixen en la taula 2 i el gràfic 3 pren la forma del gràfic 4.

Taula 2. Posició dels punts després del desplaçament horitzontal i del gir.

(x,y)	(x',y')	(x'',y'')
(0,0)	(-1,0)	$(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$
(0,1)	(-1,1)	$(0,\sqrt{2})$
(1,0)	(0,0)	(0,0)
(1,1)	(0,1)	$(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$
(x, y)	(x-1, y)	$(\frac{(x-1+y)\sqrt{2}}{2},\frac{(y+1-x)\sqrt{2}}{2})$

Gràfic 4. Representació del Coeficient de Gini amb una corba parabòlica, després del desplaçament horitzontal i del gir



Aleshores, es tracta de calcular la funció d'una corba que passa pels punts

$$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right),\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\ \text{i}\ \left(\frac{(x-1+y)\sqrt{2}}{2},\frac{(y+1-x)\sqrt{2}}{2}\right),$$

per a calcular després la superfície baix de la corba, fins a l'eix x'', mitjançant una integral definida entre $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ i $\frac{\sqrt{2}}{2}$, i el resultat restar-lo del rectangle de base $\sqrt{2}$ i d'altura $\frac{\sqrt{2}}{2}$ que té, lògicament, àrea 1.

Més endavant introduïrem una simplificació d'aquest procediment.

2.2. Càlcul del Coeficient de Desigualtat Lingüística

Partirem de la taula següent, 3, que arreplega *TC* i *TU* de les diferents regions segons l'enquesta Coneixement i ús social del valencià de 2015 (SIES-CEdCEs 2015):

Taula 3. *TC* i *TU* en les regions sociolingüístiques valencianes 2015

Regions sociolingüístiques	*TC**	*TU***
Alacant	44,1%	6,5%
Alcoi-Gandia	77,9%	40,6%
València	77,1%	48,0%
Castelló	65,8%	30,0%
Ciutat de València i àrea metropolitana	45,8%	10,7%

Alacant: Territoris de predomini lingüístic valencià de la província d'Alacant menys la regió Alcoi-Gandia; València: Territoris de predomini lingüístic valencià de la província de València menys la regió Alcoi-Gandia; Castelló: Territoris de predomini lingüístic valencià de la província de Castelló.

(*) Competència oral activa (sap parlar): bastant bé+perfectament (%).

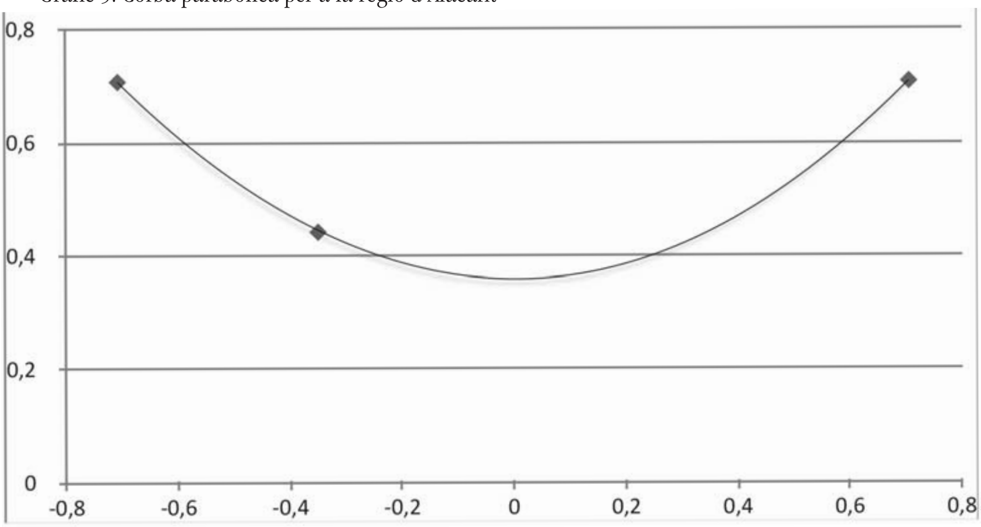
(**) Llengua que parla al carrer amb gent que no coneix: sempre valencià + generalment valencià + més valencià que castellà (%)

Font: SIES-CEdCEs 2015.

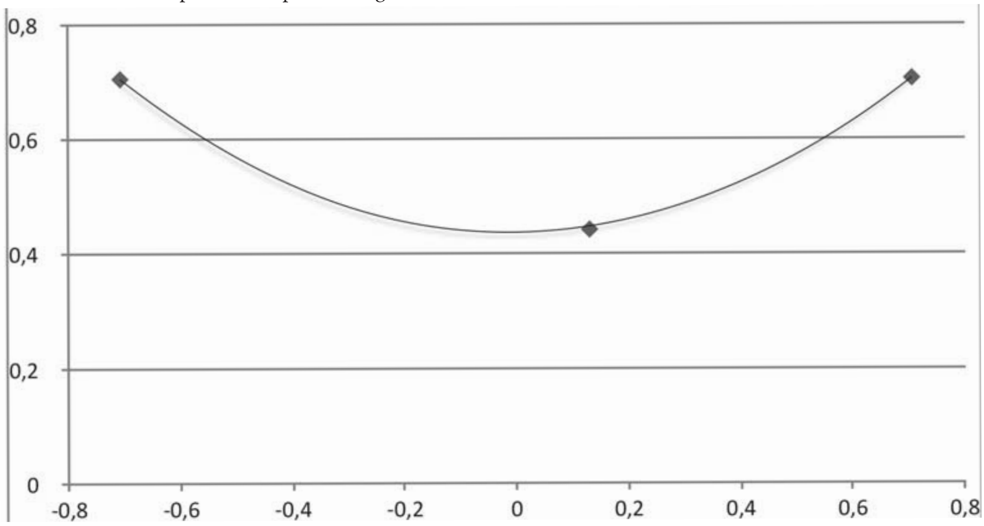
Aquestes dades proporcionen els següents gràfics 5-9 i les equacions de les corbes arreplegades en la taula 4.

Nota: En aquesta representació i les següents, els punts superiors corresponen als valors $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (el punt de l'esquerra) i $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (el punt de la dreta). La línia que uniria els dos punts seria la que en el gràfic 2.6 presenta una inclinació de 45º i uneix els punts (0,0) i (1,1) abans del desplaçament i la rotació.

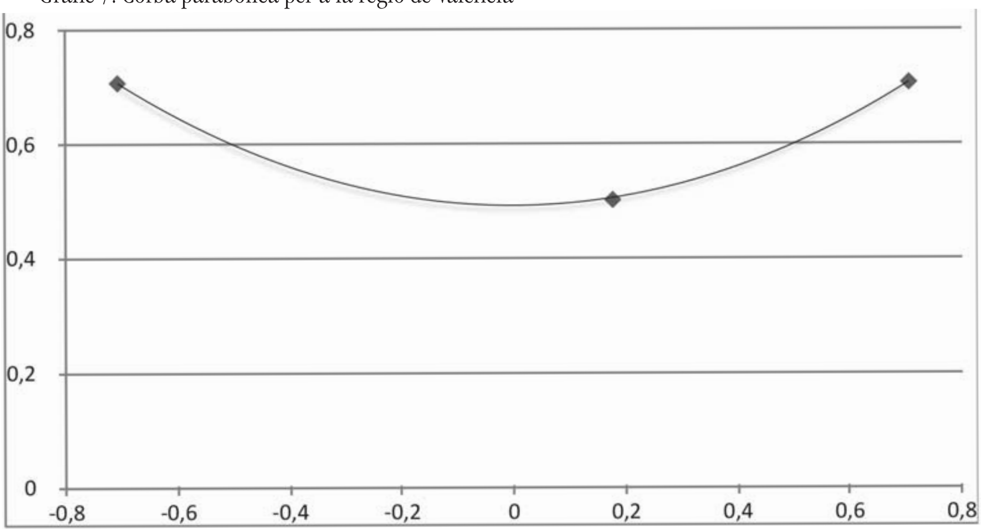
Gràfic 5. Corba parabòlica per a la regió d'Alacant



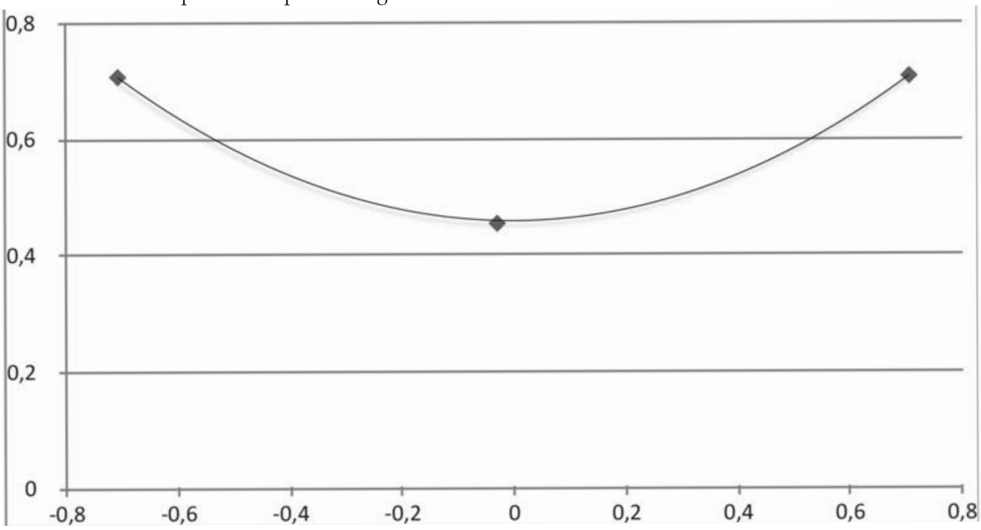
Gràfic 6. Corba parabòlica per a la regió d'Alcoi-Gandia



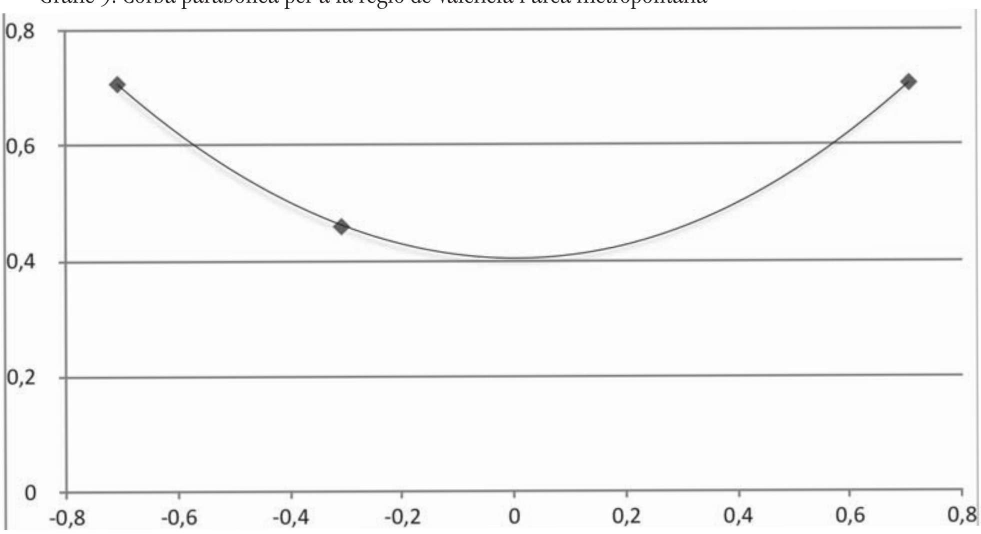
Gràfic 7. Corba parabòlica per a la regió de València



Gràfic 8. Corba parabòlica per a la regió de Castelló



Gràfic 9. Corba parabòlica per a la regió de València i àrea metropolitana



Taula 4. Equacions de les corbes parabòliques de les regions sociolingüístiques valencianes 2015

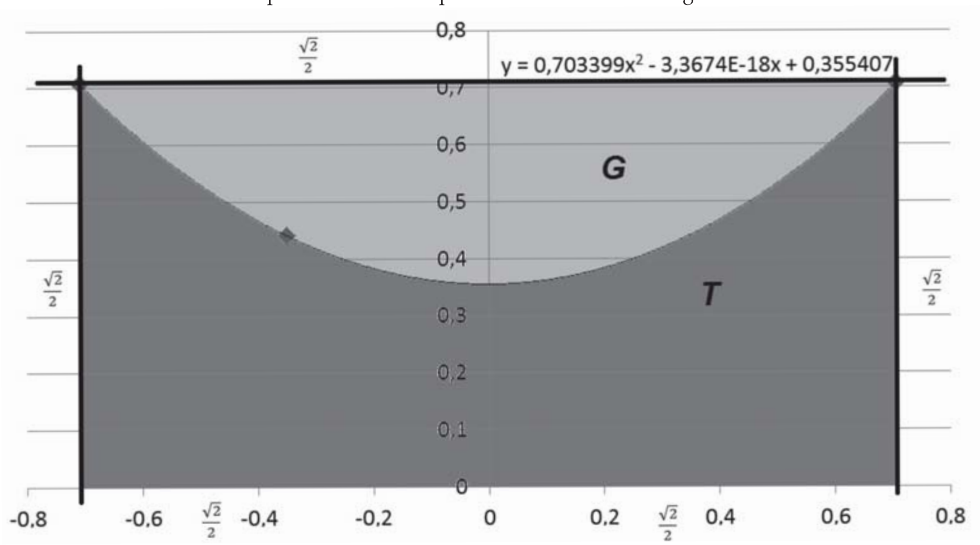
Regions sociolingüístiques	Equació de la corba parabòlica
Alacant	$y = 0{,}703399x^2 - 3{,}3674x^{-18} + 0{,}355407$
Alcoi-Gandia	$y = 0{,}546105x^2 - 1{,}33377x^{-17} + 0{,}434009$
València	$y = 0{,}439207x^2 - 2{,}188x^{-17} + 0{,}487503$
Castelló	$y = 0{,}507183x^2 + 4{,}30575x^{-17} + 0{,}453515$
Ciutat de València i àrea metropolitana	$y = 0{,}61224x^2 - 1{,}07247x^{-17} + 0{,}400987$

Ací hem calculat les equacions de les corbes automàticament, fent servir el programa Mathematica. Cal dir que també es podria calcular amb un full de càlcul (Excel, Calc, etc.) o, de manera més enrevesada, fer-ho manualment, establint en cada cas un sistema de tres equacions amb tres incògnites (a, b i c) i substituint en la forma general de l'equació de segon grau ($y=ax^2+bx+c$) els valors de x i y pels corresponents als tres punts definits.

Com que ja disposem de les cinc equacions de les corbes (taula 4), podem calcular mitjançant integrals l'àrea corresponent baix de la corba, que anomenarem T (cf. gràfic 10). A fi de simplificar el càlcul i com que es tracta d'una superfície simètrica respecte de l'eix y'' (val a dir, respecte de l'eix y després del desplaçament i del gir), podem establir que la superfície T serà el doble de la integral definida entre el punt 0 i el punt $\frac{\sqrt{2}}{2}$ de l'eix x''. Per altra banda, és clar que $G+T=1$, perquè el polígon de base $2(\frac{\sqrt{2}}{2})$ i alçada $\frac{\sqrt{2}}{2}$ té com a superfície 1.

En el gràfic 10 es representa el que anem a calcular, amb l'exemple de la regió sociolingüística d'Alacant (l'anterior gràfic 5, però amb les superfícies marcades).

Gràfic 10. Càlcul de la superfície T i de la superfície G en el cas de la regió d'Alacant



Els resultats són els següents.

Per a la regió d'Alacant:

$$G = 1 - 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (0{,}703399x^2 + \frac{3{,}3674}{10^{18}}x + 0{,}355407)\,dx =$$
$$1 - 2\{0{,}703399\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x^2dx + \frac{3{,}3674}{10^{18}}\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} xdx + 0{,}355407\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx\} =$$
$$1 - 2\left\{0{,}703399\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \frac{3{,}3674}{10^{18}}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 0{,}355407\,[x]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right\} =$$
$$0{,}33159 \quad [10]$$

Per a la regió d'Alcoi-Gandia:

$$G = 1 - 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (0{,}546195x^2 - \frac{1{,}33377}{10^{17}}x + 0{,}434009)\,dx =$$
$$1 - 2\{0{,}546195\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x^2dx - \frac{1{,}33377}{10^{17}}\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} xdx + 0{,}434009\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx\}$$
$$=$$
$$1 - 2\left\{0{,}546195\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{1{,}33377}{10^{17}}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 0{,}434009\,[x]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right\} =$$
$$0{,}25748 \quad [11]$$

Per a la regió de València:

[12]

$$G = 1 - 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (0{,}439207x^2 + \frac{2{,}188}{10^{17}}2^{-15}x + 0{,}487503)\, dx =$$

$$1 - 2\{0{,}439207\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x^2 dx + \frac{2{,}188}{10^{17}}\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x dx + 0{,}487503\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx\} =$$

$$1 - 2\left\{0{,}439207\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \frac{2{,}188}{10^{17}}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 0{,}0{,}\,487503\,[x]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right\} =$$

$$0{,}20704$$

Per a la regió de Castelló:

[13]

$$G = 1 - 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (0{,}507183x^2 + \frac{4{,}30575}{10^{17}}x + 0{,}453515)\, dx =$$

$$1 - 2\{0{,}507183\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x^2 dx + \frac{4{,}30575}{10^{17}}\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x dx + 0{,}453515\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx\}$$

$$=$$

$$1 - 2\left\{0{,}507183\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \frac{4{,}30575}{10^{17}}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 0{,}453515\,[x]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right\} =$$

$$0{,}23909$$

Per a la regió de la ciutat de València i l'àrea metropolitana:

$$G = 1 - 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (0{,}61224x^2 - \frac{1{,}07247}{10^{17}}x + 0{,}400987)\, dx =$$

$$1 - 2\{0{,}61224\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x^2 dx - \frac{1{,}07247}{10^{17}}\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} x\,dx + 0{,}400987\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx\} =$$

$$1 - 2\left\{\begin{matrix} 0, \\ 0{,}61224\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{1{,}07247}{10^{17}}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 0{,}400987\,[x]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \end{matrix}\right\} =$$

$$0{,}28861$$

[14]

Encara que les fòrmules [10]-[14] poden semblar complicades, es pot recórrer fàcilment a un full de càlcul i procedir a la substitució, en cada cas, dels valors a, b i c de l'equacio de la corba. Hi ha prou, per exemple, en posar els valors a, b, i c en les cel·les A1, B1 i C1 del programa Excel (o altre semblant), escriure en la cel·la D1 la funció: «=ARREL(2)/2» i escriure en la cel·la E1 la funció:

«=1-(2*((A1*((POTENCIA(D1;3)/3))+(B1*((POTENCIA(D1;2)/2)))+(C1*D1))))»

Que ens proporcionarà el resultat en la mateixa cel·la.

En el gràfic 11 es pot veure la relació entre G, S i T. És clar que la superfície G dels gràfics 5-9 serà equivalent a la superfície G del gràfic 10, i que la superfície S dels gràfics 5-9 serà T del gràfic 10 menys $\frac{1}{2}$. Es pot veure millor si projectem el gràfic 10 en el gràfic 5 (ara es pot veure la funció de les línies complementàries que havíem traçat abans!), la qual cosa genera el gràfic 11.

Per últim, hem de calcular la proporció entre l'àrea G i l'àrea baix de la diagonal, que es igual a $\frac{1}{2}$. És a dir:

$$IDL = \frac{G}{\frac{1}{2}} = 2G = 1 - 2S \qquad [15]$$

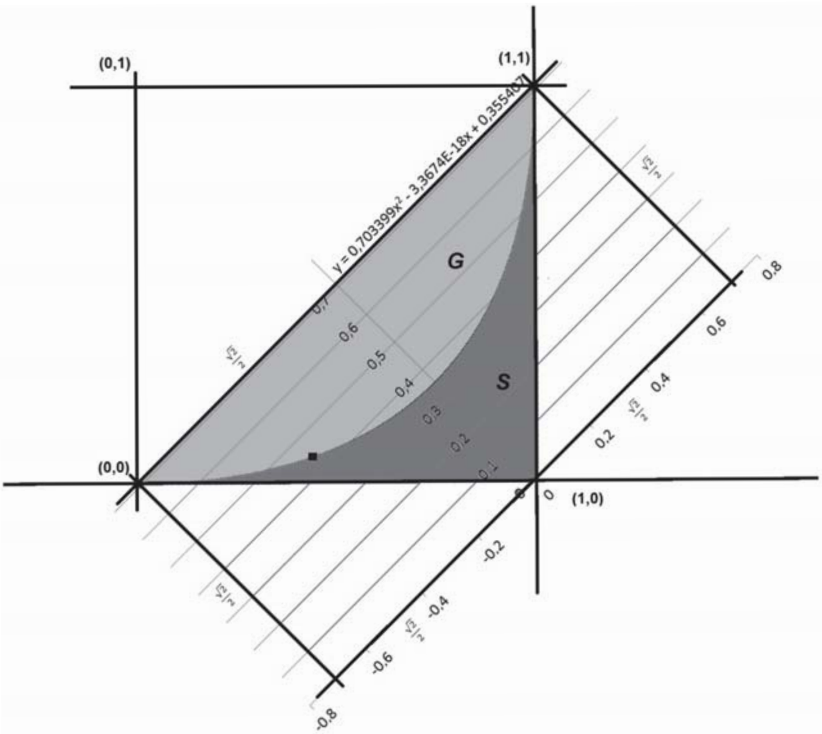
Els resultats finals s'arrepleguen a la taula 5, tant en la forma de Índex de Desigualtat Lingüística (*IDL*) com en la forma de Coeficient de Desigualtat Lingüística (*CDL*) (tot considerant que:

$$CDL = 100\, IDL \qquad [16]$$

Taula 5.- Coeficients de Desigualtat Lingüística. Regions sociolingüístiques, 2015

Regions	Àrea G	*IDL*	*CDL*
Alacant	0,33159	0,66318	66,318
Alcoi-Gandia	0,25748	0,51496	51,496
València	0,20704	0,41408	41,408
Castelló	0,23909	0,47818	47,818
Ciutat de València i àrea metropolitana	0,28861	0,57722	57,722

Gràfic 11. Càlcul de la superfície *T* i de la superfície *G*, per al cas de la regió d'Alacant



Així doncs podem concloure que la major desigualtat lingüística es dona en la regió d'Alacant, seguida per ciutat de València i l'àrea metropolitana; d'altra banda, la menor desigualtat es dona en la província de València (llevat de la ciutat de València i l'àrea metropolitana i la part corresponent de la regió Alcoi-Gandia), seguida de la regió de Castelló.

Síntesi del model parabòlic

En aquest apartat ha sigut presentat un Coeficient de Desigualtat Lingüística (*CDL*), anàleg al Coeficient de Gini, àmpliament emprat en ciències socials, i s'ha calculat el seu valor per a les regions sociolingüístiques valencianes segons les dades de l'Enquesta de 2015. Com en el cas del coeficient de Gini, el de desigualtat lingüística està referit a un temps i un espai concret.

Tant el Coeficient de Gini com el Coeficient de Desigualtat Lingüística han de suposar un tipus de corba. En el nostre cas, hem suposat una paràbola, formada per una funció de nivell 2, val a dir, per una equació de segon grau (que no varia cas de demanar al programa una equació de grau superior). D'aquesta manera, podem deduir l'Índex i el Coeficient a partir d'una única parella de valors (x_i, y_i) que corresponen a un valor de *TC* i a un valor de *TU*. Com hem vist, el càlcul és relativament senzill. L'establiment de la funció de la corba pot beneficiar-se de programes automàtics (com ara, fulles de càlcul, com són Excel, Calc o altres). El càlcul integral pot resultar més complicat per a persones que no dominen certes nocions matemàtiques. Per aquesta raó hem detallat les passes del càlcul, que també pot ser automatitzat per programes específics, com hem mostrat adés.

Amb tot i això, el fet de considerar la corba com una paràbola és una hipòtesi en el càlcul però que pot ser millorada per successius models, com ara el que presentarem en l'epígraf següent.

Així doncs podríem formular l'Índex de Desigualtat Lingüística (*IL*) així:

$$IDL = 2G = 2\left[1 - 2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (ax^2 + bx + c)\,dx\right] = 2 - 4\left[\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (ax^2 + bx + c)\,dx\right] \quad [17]$$

Tot considerant que ax^2+bx+c és ací l'equació de la línia de tendència polinòmica, val a dir, la paràbola que es genera considerant els punts: $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ i $(\frac{(x-1+y)\sqrt{2}}{2}, \frac{(y+1-x)\sqrt{2}}{2})$, en els quals x i y són dos valors de *TC* i *TU*, respectivament (no s'han de confondre aquests valors amb l'enunciat de l'equació polinòmica).

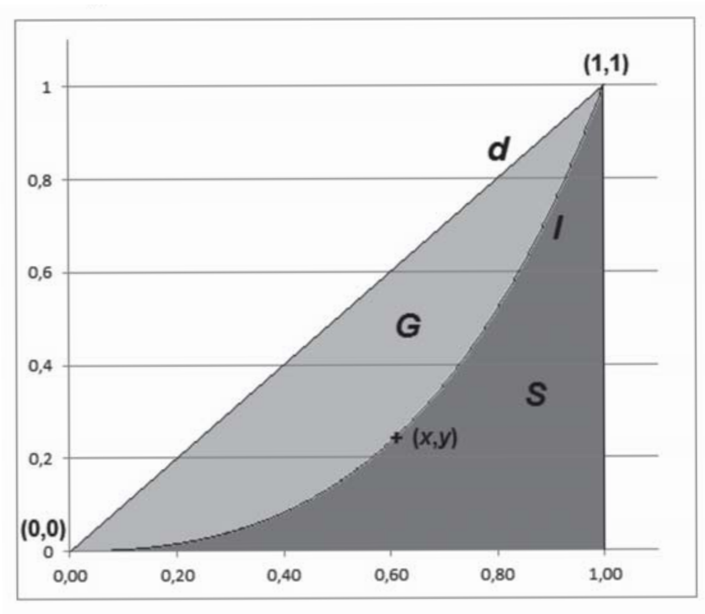
3. Càlcul de coeficients de desigualtat lingüística amb corbes exponencials

Introducció al càlcul de corbes exponencials

En aquest epígraf esbrinarem el mateix Índex o Coeficient a partir d'una corba que no acompleix la condició de simetria respecte de la diagonal (1,0)-(0,1), per a la qual cosa farem servir corbes exponencials. Aquestes presenten la forma general $y=n^x$, encara que oferirem una forma una mica més complexa (fórmula [18] posterior).

Partim del gràfic 12, que és una representació anàloga al gràfic 2, encara que ara la corba és una corba exponencial.

Gràfic 12. Corba exponencial



La funció de la corba *l* ha de satisfer les condicions següents: 1a) si $x=0$, aleshores $y=0$; 2a) si $x=1$, aleshores $y=1$; 3a) ha de passar pel punt (x,y) descrivint una corba exponencial. Aquestes condicions són satisfetes per la funció següent:

$$y = \left(2^x - 1\right)^a \qquad [18]$$

Per a esbrinar el valor de *a*, procedirem a calcular el logaritme dels dos membres de l'equació.

$$\log y = \log\left(2^x - 1\right)^a = a\log\left(2^x - 1\right) \qquad [19]$$

I aïllant *a*:

$$a = \frac{\log y}{\log(2^x - 1)} \qquad [20]$$

Ara podem calcular l'*IDL* (i el *CDL*) amb el recurs a una aproximació polinòmica, com veurem més endavant, amb la qual cosa podrem fer integrals definides i calcular *S*.

3.2. Càlcul de l'IDL per a les regions sociolingüístiques amb corbes exponencials

Partim de les dades arreplegades en la taula 3. Amb la fórmula [20] podem calcular *a* en cadascuna de les regions sociolingüístiques.

En el cas de la regió d'Alacant, la fórmula [19] es converteix en:

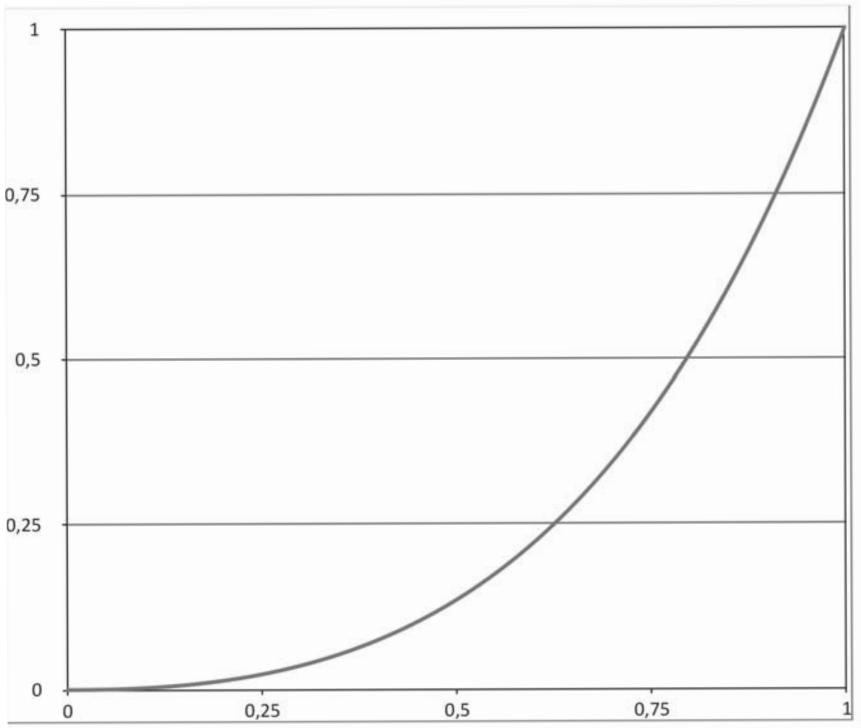
$$[Alacant] = \frac{\log y}{\log(2^x - 1)} = \frac{\log 0{,}065}{\log\left(2^{0{,}441} - 1\right)} = \frac{\log 0{,}065}{\log\left(1{,}357 - 1\right)} = \frac{\log 0{,}065}{\log 0{,}357} = \frac{-1{,}187}{-0{,}446} = 2{,}657 \qquad [21]$$

Aleshores, la fòrmula [18] es converteix en:

$$y\,[Alacant] = \left(2^x - 1\right)^{2{,}657} \qquad [22]$$

A continuació construirem la corba exponencial respectiva amb un càlcul de mil un valors entre 0,000 i 1,000. Aquesta corba (que ja no té la condició de simetria) genera el gràfic 13.

Gràfic 13. Corba exponencial corresponent a la regió d'Alacant



El programa del full de càlcul ens dona una aproximació polinòmica a aquesta corba, que és:

$$y = 0{,}1012x^6 + 0{,}0937x^5 + 0{,}2431x^4 + 0{,}5083x^3 + 0{,}0558x^2 - 0{,}0021x + 0{,}00003 \qquad [23]$$

Que ara podem integrar, a fi de calcular la superfície S. En general, cal passar d'una integral definida a una suma de fraccions. Aleshores tenim:

$$S = \int_0^1 (0{,}1012x^6 + 0{,}0937x^5 + 0{,}2431x^4 + 0{,}5083x^3 + 0{,}0558x^2 - 0{,}0021x + 0{,}00003)\,dx = \qquad [24]$$

$$= 0{,}1012\int_0^1 x^6dx + 0{,}0937\int_0^1 x^5dx + 0{,}2431\int_0^1 x^4dx + 0{,}5083\int_0^1 x^3dx + 0{,}0558\int_0^1 x^2dx - 0{,}0021\int_0^1 xdx + 0{,}00003\int_0^1 dx =$$

$$0{,}1012\left[\frac{x^7}{7}\right]_0^1 + 0{,}0937\left[\frac{x^6}{6}\right]_0^1 + 0{,}2431\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1 + 0{,}5083\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 + 0{,}0558\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - 0{,}0021\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + 0{,}00003\,[x]_0^1 =$$

$$\frac{0{,}1012}{7} + \frac{0{,}0937}{6} + \frac{0{,}2431}{5} + \frac{0{,}5083}{4} + \frac{0{,}0558}{3} - \frac{0{,}0021}{2} + 0{,}00003 =$$

$$= 0{,}223349$$

Resultat que, portat a l'adaptació de la fórmula [2], proporciona:

$$IDL[Alacant] = 1 - 2S = 0{,}553302 \qquad [25]$$

Pel que fa a la regió d'Alcoi-Gandia, la fórmula [20] es transforma en:

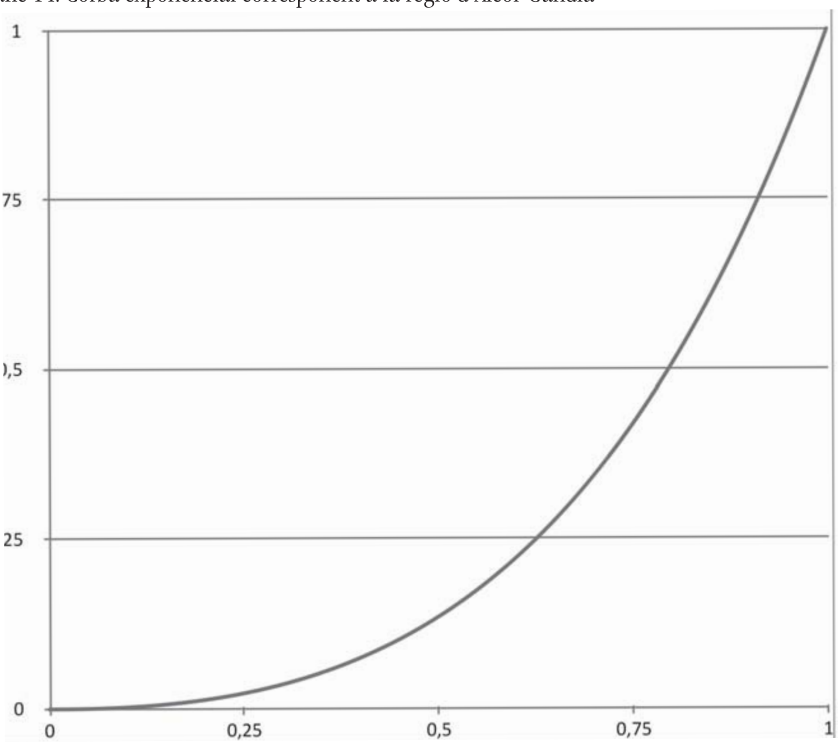
$$\begin{aligned} a\,[Alcoi - Gandia] &= \frac{\log y}{\log(2^x - 1)} = \frac{\log 0{,}406}{\log\left(2^{0{,}779} - 1\right)} = \\ &= \frac{\log 0{,}406}{\log\left(1{,}715 - 1\right)} = \frac{\log 0{,}406}{\log 0{,}715} = \frac{-0{,}391}{-0{,}145} = 2{,}697 \end{aligned} \qquad [26]$$

Aleshores, la fòrmula [18] es transforma en:

$$y\,[Alcoi - Gandia] = \left(2^x - 1\right)^{2{,}697} \qquad [27]$$

Que genera, seguint el procediment explicat adés, el gràfic 14 següent,

Gràfic 14. Corba exponencial corresponent a la regió d'Alcoi-Gandia



El programa del full de càlcul ens dona una aproximació polinòmica a aquesta corba, que és:

$$y = 0{,}1171x^6 + 0{,}0741x^5 + 0{,}2819x^4 + 0{,}4817x^3 + 0{,}0471x^2 - 0{,}0019x + 0{,}00003 \qquad [28]$$

Que ara podem integrar, a fi de calcular la superfície *S*:

$$S = \int_0^1 (0{,}1171x^6 + 0{,}0741x^5 + 0{,}2819x^4 + 0{,}4817x^3 + 0{,}0471x^2 - 0{,}0019x + 0{,}00003)\,dx = \qquad [29]$$

$$= 0{,}1171\int_0^1 x^6dx + 0{,}0741\int_0^1 x^5dx + 0{,}2819\int_0^1 x^4dx + 0{,}4817\int_0^1 x^3dx + 0{,}0471\int_0^1 x^2dx - 0{,}0019\int_0^1 xdx + 0{,}00003\int_0^1 dx =$$

$$0{,}1171\left[\frac{x^7}{7}\right]_0^1 + 0{,}0741\left[\frac{x^6}{6}\right]_0^1 + 0{,}2819\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1 + 0{,}4817\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 + 0{,}0471\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - 0{,}0019\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + 0{,}00003\,[x]_0^1 =$$

$$\frac{0{,}1171}{7} + \frac{0{,}0741}{6} + \frac{0{,}2819}{5} + \frac{0{,}4817}{4} + \frac{0{,}0558}{3} - \frac{0{,}0019}{2} + 0{,}00003 = 0{,}220664$$

Resultat que, portat a l'adaptació de la fórmula [2], proporciona:

$$IDL[Alcoi - Gandia] = 1 - 2S = 0{,}558673 \qquad [30]$$

En el cas de la regió de València, la fórmula [20] esdevé:

$$a\,[València] = \frac{\log y}{\log(2^x - 1)} = \frac{\log 0{,}480}{\log(2^{0{,}771} - 1)} = \qquad [31]$$

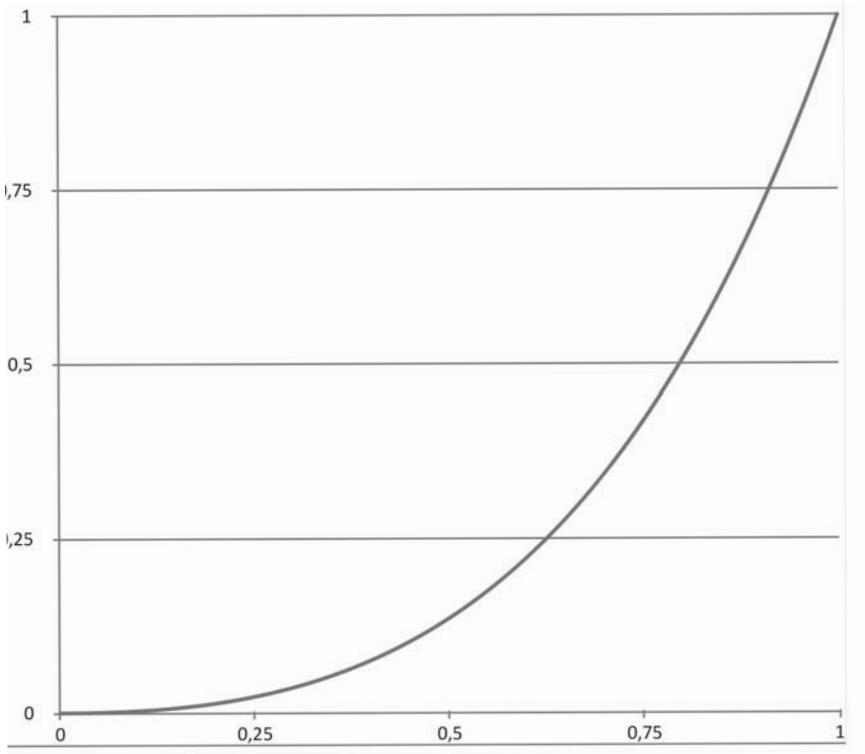
$$= \frac{\log 0{,}480}{\log(1{,}706 - 1)} = \frac{\log 0{,}480}{\log 0{,}706} = \frac{-0{,}318}{-0{,}150} = 2{,}112$$

Aleshores, la fòrmula [18] es converteix en:

$$y\,[València] = (2^x - 1)^{2{,}112} \qquad [32]$$

Que genera el gràfic 15 següent

Gràfic 15. Corba exponencial corresponent a la regió de València



El programa del full de càlcul ens dona una aproximació polinòmica a aquesta corba, que és:

$$y = 0{,}0006x^6 + 0{,}1279x^5 + 0{,}0253x^4 + 0{,}4875x^3 + 0{,}3617x^2 - 0{,}0031x + 0{,}00003 \qquad [34]$$

Que ara podem integrar, a fi de calcular la superfície *S*:

$$S = \int_0^1 (0{,}0006x^6 + 0{,}1279x^5 + 0{,}0253x^4 + 0{,}4875x^3 + 0{,}3617x^2 - 0{,}0031x + 0{,}00003)\,dx = 0{,}0006\int_0^1 x^6dx + 0{,}1279\int_0^1 x^5dx + 0{,}0253\int_0^1 x^4dx + 0{,}4875\int_0^1 x^3dx + 0{,}3617\int_0^1 x^2dx - 0{,}0031\int_0^1 xdx + 0{,}00003\int_0^1 dx =$$
$$0{,}0006\left[\frac{x^7}{7}\right]_0^1 + 0{,}1279\left[\frac{x^6}{6}\right]_0^1 + 0{,}0253\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1 + 0{,}4875\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 + 0{,}3617\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - 0{,}0031\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + 0{,}00003\,[x]_0^1 = \qquad [35]$$
$$\frac{0{,}0006}{7} + \frac{0{,}1279}{6} + \frac{0{,}0253}{5} + \frac{0{,}4875}{4} + \frac{0{,}3617}{3} - \frac{0{,}0031}{2} + 0{,}00003 = 0{,}267384$$

Resultat que, portat a l'adaptació de la fórmula [2], proporciona:

$$IDL[València] = 1 - 2S = 0{,}465232 \qquad [36]$$

Per al cas de la regió de Castelló, la fórmula [20] es concreta en:

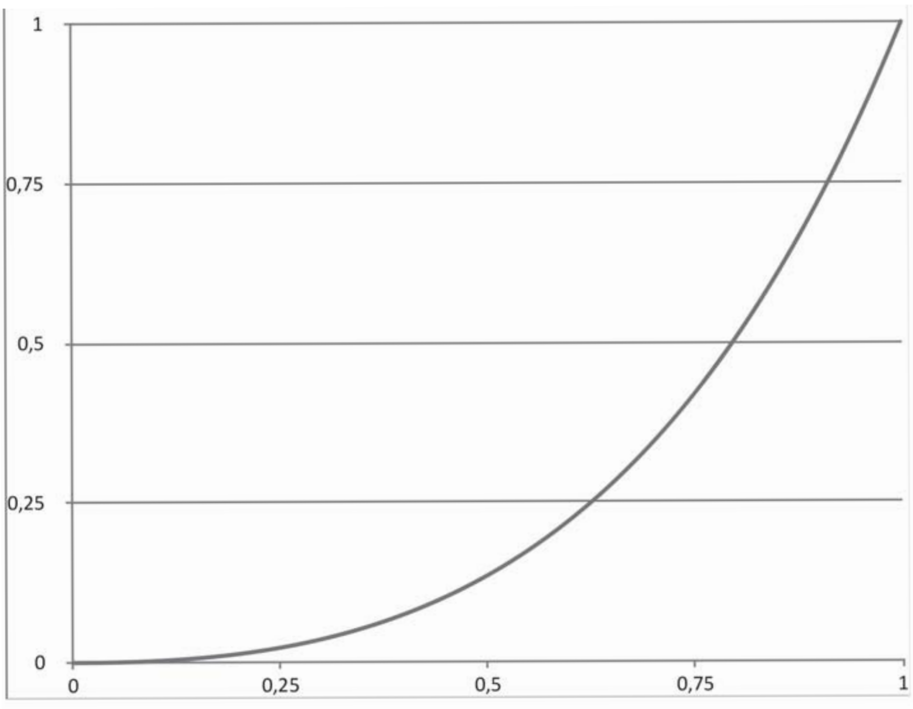
$$a\left[Castelló\right] = \frac{\log y}{\log(2^x - 1)} = \frac{\log 0{,}300}{\log\left(2^{0{,}658} - 1\right)} = \\ = \frac{\log 0{,}300}{\log\left(1{,}577 - 1\right)} = \frac{\log 0{,}300}{\log 0{,}577} = \frac{-0{,}522}{-0{,}238} = 2{,}195 \qquad [37]$$

Aleshores, la fòrmula [18] es converteix en:

$$y\,[Castelló] = \left(2^x - 1\right)^{2{,}195} \qquad [32]$$

Que genera el gràfic 16 següent:

Gràfic 16. Corba exponencial corresponent a la regió de Castelló



El programa del full de càlcul ens proporciona una aproximació polinòmica a aquesta corba, que és:

$$y = -0{,}0022x^6 + 0{,}1700x^5 - 0{,}0121x^4 + 0{,}5612x^3 + 0{,}2870x^2 - 0{,}0040x + 0{,}00004 \qquad [39]$$

Que ara podem integrar, a fi de calcular la superfície *S*:

$$S = \int_0^1 (-0{,}0022x^6 + 0{,}1700x^5 - 0{,}0121x^4 + 0{,}5612x^3 + 0{,}2870x^2 - 0{,}0040x + 0{,}00004)dx = -0{,}0022\int_0^1 x^6dx + 0{,}1700\int_0^1 x^5dx - 0{,}0121\int_0^1 x^4dx + 0{,}5612\int_0^1 x^3dx + 0{,}2870\int_0^1 x^2dx - 0{,}0040\int_0^1 x\,dx + 0{,}00004\int_0^1 dx = \qquad [40]$$

$$-0{,}0022\left[\frac{x^7}{7}\right]_0^1 + 0{,}1700\left[\frac{x^6}{6}\right]_0^1 - 0{,}0121 + 0{,}5612\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 + 0{,}2870\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - 0{,}0040\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + 0{,}00004\,[x]_0^1 =$$

$$\frac{-0{,}0022}{7} + \frac{0{,}1700}{6} - \frac{0{,}0121}{5} + \frac{0{,}5612}{4} + \frac{0{,}2870}{3} - \frac{0{,}0040}{2} + 0{,}00004 = 0{,}259606$$

Resultat que, portat a l'adaptació de la fórmula [2], proporciona:

$$IDL[Castelló] = 1 - 2S = 0{,}480789 \qquad [41]$$

Per últim, en el cas de la ciutat de València i l'àrea metropolitana, la fórmula [20] es transforma en:

$$a\,[Ciutat\ de\ València...] = \frac{\log y}{\log(2^x - 1)} = \frac{\log 0{,}107}{\log(2^{0{,}458} - 1)} = \qquad [42]$$

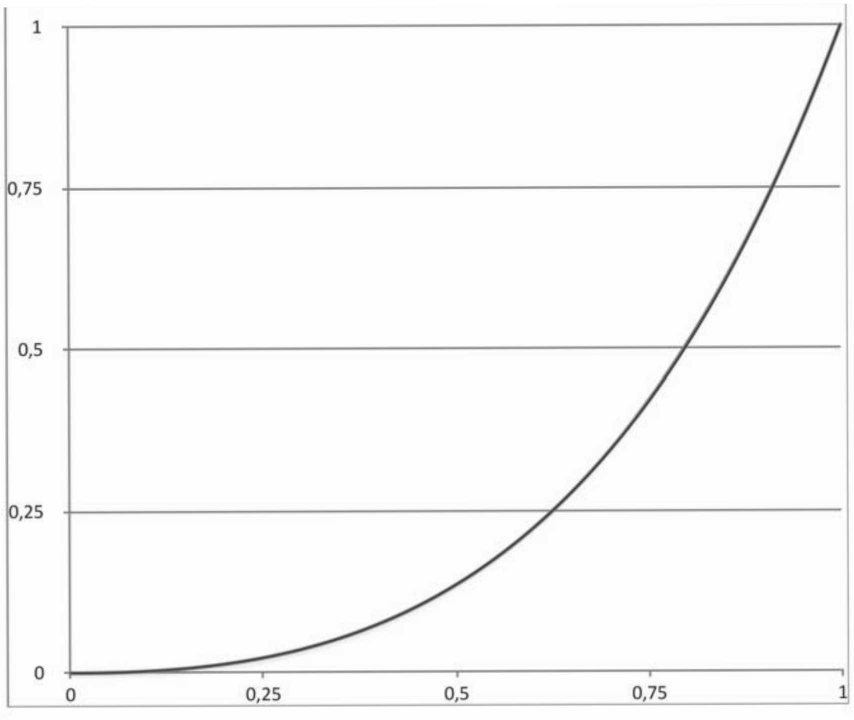
$$= \frac{\log 0{,}107}{\log(1{,}373 - 1)} = \frac{\log 0{,}107}{\log 0{,}373} = \frac{-0{,}970}{-0{,}427} = 2{,}270$$

Aleshores, la fòrmula [18] es converteix en:

$$y\,[Ciutat\ de\ València...] = (2^x - 1)^{2{,}270} \qquad [41]$$

Que genera el gràfic 17 següent:

Gràfic 17. Corba exponencial corresponent a la ciutat de València i àrea metropolitana



El programa del full de càlcul ens dona una aproximació polinòmica a aquesta corba, que és:

$$y = 0{,}0023x^6 + 0{,}1876x^5 - 0{,}0148x^4 + 0{,}5997x^3 + 0{,}2293x^2 - 0{,}0041x + 0{,}00005 \qquad [44]$$

Que ara podem integrar, a fi de calcular la superfície *S*:

$$= 0{,}0023\int_0^1 x^6 dx + 0{,}1876\int_0^1 x^5 dx - 0{,}0148\int_0^1 x^4 dx + 0{,}5997\int_0^1 x^3 dx + 0{,}2293\int_0^1 x^2 dx - 0{,}0041\int_0^1 x\,dx + 0{,}00005\int_0^1 dx =$$
$$0{,}0023\left[\frac{x^7}{7}\right]_0^1 + 0{,}1876\left[\frac{x^6}{6}\right]_0^1 - 0{,}0148 + 0{,}5997\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 + 0{,}2293\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 - 0{,}0040\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + 0{,}00005\,[x]_0^1 = \qquad [45]$$
$$\frac{0{,}0023}{7} + \frac{0{,}1876}{6} - \frac{0{,}0148}{5} + \frac{0{,}5997}{4} + \frac{0{,}2293}{3} - \frac{0{,}0041}{2} + 0{,}00005 = 0{,}252994$$

Resultat que, portat a l'adaptació de la fórmula [2], proporciona l'*IDL* següent:

$$IDL[Ciutat\ de\ València] = 1 - 2S = 0{,}494013 \qquad [46]$$

4. Resultats generals

Les dades resultants de les cinc regions sociolingüístiques s'arrepleguen a la taula 6, on es comparen els resultats dels *CDL* calculats amb corbes exponencials amb els anteriorment calculats amb corbes parabòliques.

Taula 6.- Coeficients de Desigualtat Lingüística. Regions sociolingüístiques, 2015. Corbes exponencials i parabòliques

Regions	*CDL* (c. parabòliques)	*CDL* (c. exponencials)
Alacant	66,3	55,3
Alcoi-Gandia	51,4	55,8
València	41,4	46,5
Castelló	47,8	48,0
Ciutat de València i àrea metropolitana	57,7	49,4

Com es pot veure, en el cas del model basat en una corba orba parabòlica, els Coeficients de Desigualtat Lingüística (*CDL*) més elevats correspondrien a les regions d'Alacant (66,3), seguit de la Ciutat de València i l'àrea metropolitana (57,7) i la regió d'Alcoi-Gandia (51,4). En el cas del model exponencial, (*CDL*) més elevats correspondrien a la regió d'Alcoi-Gandia (55,8), Alacant (55,3) i la Ciutat de València i l'àrea metropolitana (49,4). En el cas de la corba parabolica semblen destacar les regions amb taxes d'ús més baixes, mentre que en el cas de la corba exponencial destaca la regió amb la taxa d'ús més alta, seguida per les més baixes. En tots dos models, sí que coincideix la determinació de les regions amb major igualtat lingüística, en primer lloc València (46,5, amb el model exponencial i 41,4, amb el model parabòlic) i Castelló (48,0, amb el model exponencial i 47,8, amb el model parabòlic).

Com es pot veure, encara que els resultats en els dos models (les dues corbes) no són exactament coincidents, sí que presenten una certa semblança. Per decidir-nos per un model o altre, podem realitzar un ajust amb un argument complementari que es desenvolupa en l'epígraf 5.

5. Ajust dels models i discusió

S'han proposat diversos models que relacionen *TU* amb temps, segons un paràmetre *s* d'estatus (no confondre amb l'ús que fem ací de «*S*», cf. Abrams-Strogatz 2003; per al cas valencià: Mira-Paredes 2005; Miralles 2014). Aquests models pretenen copsar la dinàmica lingüística en un període relativament llarg (en el cas d'Abrams i Strogatz: 120/130 anys). El que hem fet en els epígrafs anteriors és relacionar *TC* amb *TU* de manera sincrònica, fent servir dades de 2015 (taula 3). Però a més, en un recent article (Hernàndez 2020) establírem un model de relació de *TC* amb *TU*, que produïa desviacions mínimes pel que fa a les dades generals de la zona valencianoparlant en els anys 2005, 2010 i 2015. Aquest model es podia expressar en una corba, que anomenarem *general*. En la fonamentació d'aquesta corba empràrem l'equació:

$$p_i = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{i^2}\right) \qquad [47]$$

Perquè

$$\sum_{i=2}^{10^6} p_i = 0{,}9673 \qquad [48]$$

Ara bé, encara podem aconseguir major a la unitat amb la fòmula:

$$p_i = \frac{31}{20}\left(\frac{1}{i^2}\right) \qquad [49]$$

Que encara produeix aproximacions més satisfactòries del 99,96% a la unitat:

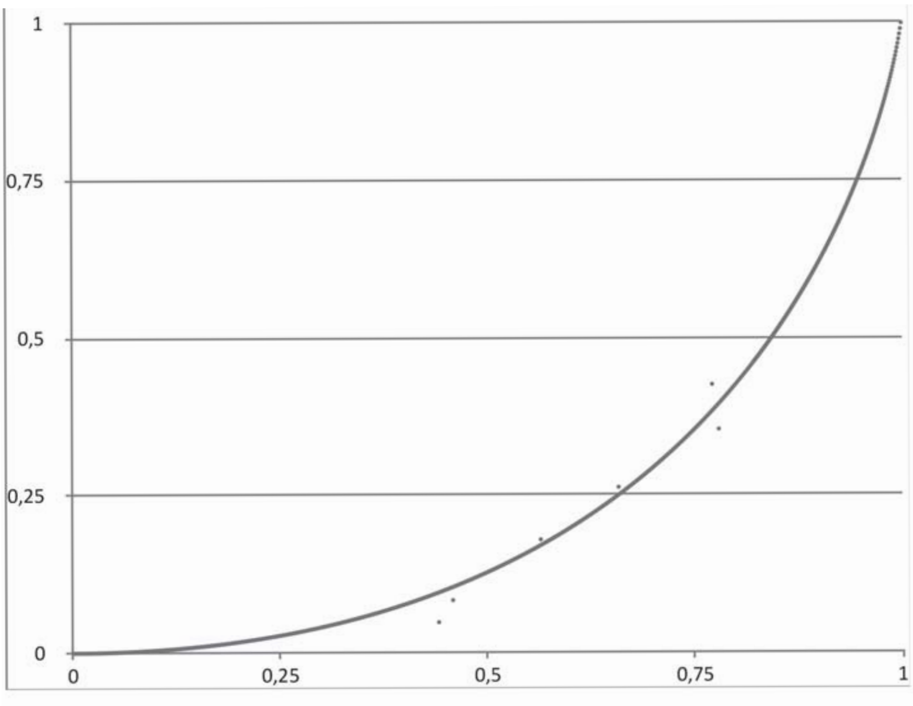
$$\sum_{i=2}^{10^6} \frac{31}{20}\left(\frac{1}{i^2}\right) = 0{,}999632 \qquad [50]$$

La fórmula [49] permet (pel procediment explicat en Hernàndez 2020, que no podem reproduir ací per raó de l'extensió) permet establir l'equació general:

$$TU = 10{,}736TC^6 - 27{,}291TC^5 + 26{,}752TC^4 - 11{,}969TC^3 + 2{,}9474TC^2 - 0{,}2097TC + 0{,}0037 \quad [51]$$

Aquesta corba s'aproxima al valor general (quadrat) i als de les regions sociolingüítiques (triangles) de l'any 2015, com es pot veure en la gràfica 18:

Gràfic 18. Corba del model *TC-TU* i valors de 2015 de les regions sociolingüístiques



Aleshores, la superfície baix de corba S_g es pot calcular mitjançant:

$$S_g = \int_0^1 (y = 10{,}736x^6 - 27{,}291x^5 + 26{,}752x^4 - 11{,}969x^3 + 2{,}9474x^2 - 0{,}2097x + 0{,}0037)dx =$$
$$= \frac{10{,}736}{7} - \frac{27{,}291}{6} + \frac{26{,}752}{5} - \frac{11{,}969}{4} + \frac{2{,}9474}{3} - \frac{0{,}2097}{2} + 0{,}0037 = \quad [52]$$

Si S_g és la superfície sota la corba general i S_i la superfície sota una corba, siga parabòlica o exponencial, aleshores definirem la diferència entre les dues com Δ, de manera que:

$$\Delta_i = \left| S_g - S_i \right| \quad [50]$$

Ara ja podem compar S_g amb la resta de S_i, corresponents als dos models elaborats (corbes parabòliques i corbes exponencials), per a les cinc regions sociolingüístiques, tal com s'arreplega en la taula 7.

Taula 7. Diferència absoluta S_g amb S_i per a les regions sociolingüístiques

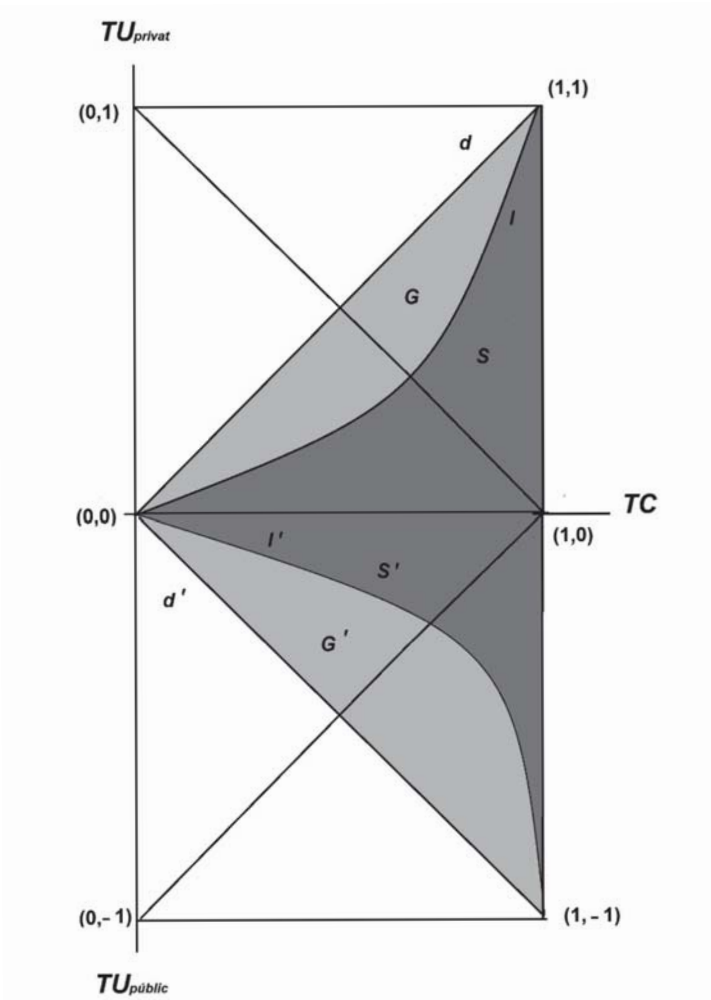
Comunitat Valenciana, zona valencianoparlant	S_g=0,22468			
Regions sociolingüístiques	S_{corba} parabòlica	Δ	S_{corba} exponencial	Δ
Alacant	0,16841	0,05627	0,22334	0,00133
Alcoi-Gandia	0,24252	0,01783	0,22066	0,00401
València	0,29296	0,06827	0,26738	0,04270
Castelló	0,26091	0,03622	0,25960	0,03492
Ciutat de València i àrea metropolitana	0,21139	0,01329	0,25299	0,02831
Suma regions		0,19190		0,11129
Mitjana		0,03838		0,02226

S'hi pot veure com en el cas de les corbes exponencials, els resultats de les diverses regions (l'area corresponent baix de la corba) s'acosten més al resultat general, amb una mitjana de 0,02226. Això ens faria decidir-nos pel model exponencial (respecte de les qüestions suscitades al final de l'epígraf 4).

La proposta d'un *CDL*, tal i com l'hem presentada ací, té alguns avantatges:

a) Opera amb dues variables que es poden aconseguir directament de les enquestes sociolingüístiques habituals.
b) Resulta equivalent a l'Índex o Coeficient de Gini, freqüent en ciències socials i econòmiques.
c) Es pot calcular amb programes habituals, com ara fulls de càlcul.
d) No és lineal (a diferència d'altres models que han sigut plantejats), la qual cosa permet reflectir millor les dinàmiques lingüístiques.
e) Es podria ampliar a un model amb tres variables. A tall de suggeriment, en el gràfic 19 es presenta una eventual adaptació, pendent de desenvolupament, per tal de considerar la taxa de competència (*TC*), la taxa d'ús privat, en l'àmbit domèstic (TU_{privat}) i la taxa d'ús públic ($TU_{públic}$) (inferior per a les llengües minoritzades), que és el que hem fet servir ací. Es procedeix símplement amb una inversió ($-TU_{públic}$), el que permetria calcular les superfícies *S* i *S'*.

Gràfic 19. Esquema del càlcul d'un *CDL* amb tres variables



Cinquanta anys després de *Conflicte lingüístic valencià*, seguim el camí que Rafael L. Ninyoles obrí, esmolant corbelles matemàtiques per poder-lo desbrossar.

6. Bibliografia

ABRAMS, Daniel M.; STROGATZ, Steven H. (2003): «Modelling the dynamics of language death». Nature, 424, 900.

ALEKSANDROV, A. D.; KOLMOGOROV, A. N. i LAVRENTIEV, M. A. (2015): Le Matematiche, Torí, Bollati Boringhieri.

BANC MUNDIAL (2019): GINI Index, en https://datos.bancomundial.org/indicador/si.pov.gini [Consulta 1/2/2019]

BENHAMROUCHE, Aziz; MARTÍN VIDE, Javier (2012): «Avances metodológicos en el análisis de la concentración diaria de la precipitación en la España peninsular», Anales de geografía de la Universidad Complutense, vol. 32, núm. 1, pp. 11-27.

GRAJALES CONESA, Julieta; ACEVES-CHONG, Lorena; RINCÓN-RABANALES, Manuel; CRUZ-LÓPEZ, Leopoldo (2016): «Jatropha curcas flowers from southern Mexico: chemical profile and morphometrics», Revista Mexicana de Biodiversidad, vol. 87, pp. 1321-1327.

HERNÀNDEZ, Francesc J. (2020): La relació entre competència (oral activa) i ús (públic): un model matemàtic, Treballs de Sociolingüística Catalana, núm. 30, en premsa.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA (2019): Coeficiente de Gini, en: http://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=9966 [Consulta 1/2/2019]

MALDONADO, Antonio; PÉREZ-OCÓN, Rafael; HERRERA, Amparo (2007): Depressión and cognition: New insights from the Lorenz curve and the Gini index, International Journal of Clinical and Health Psychology, vol. 7, núm. 1, pp. 21-39.

MIRA, Jorge; PAREDES, Ángel (2005): «Interlinguistic similarity and language death Dynamics». Europhysics Letters, 69, 1031-1034.

MIRALLES, Clara: Models dinàmics de competició entre llengües. Treball de Grau, Universitat de València.

NAVARRO, Joaquín (2011): Al otro lado del espejo. La simetría en matemáticas. Barcelona: RBA.

PÉREZ LABAJOS, Carlos A.; AZOFRA, M.; BLANCO ROJO, Beatriz; ACHÚTEGUI RODRÍGUEZ, Juan José: EGUÍA, E.; DÍAZ, D. (2005): «Collision of fishing vessels. Lorenz curves and GINI indices», Journal of maritime research, vol. 2, núm. 3, pp. 97-106.

PONTRIAGUIN, L. S. (2011a): Cálculo infinitesimal, Moscou: Krasand.

PONTRIAGUIN, L. S. (2011b): Método de coordenadas, Moscou: Krasand.

SIES-CEDCES [Servei d'Investigació i Estudis Sociolingüístics. Conselleria d'Educació, Cultura i Esport de la Generalitat Valenciana] (2005): Enquesta 2005 sobre coneixements i ús del valencià (síntesi de resultats). València: Generalitat Valenciana. (Les enquestes del SIES es poden veure ací: http://www.ceice.gva.es/web/fondo-estadistico-documental/fondo-datos-numericos)

SIES-CEDCES (2010): Dades de coneixement i ús del valencià, 2010. València: Generalitat Valenciana.

SIES-CEDCES (2015): Dades de coneixement i ús del valencià, 2015. València: Generalitat Valenciana.