***Efecto pantalla y efecto Sísifo: dos fenómenos didácticos en la resolución de problemas por transferencia analógica***

***1.-Introducción***

Cuando se instruye en resolución de problemas en el aula, una estrategia frecuentemente utilizada es la transferencia analógica (Gómez-Ferragud, Solaz-Portolés y Sanjosé, 2012; Bernardo, 2001; Reed, Dempster y Ettinger, 1985; Gick y Holyoak, 1983): el profesor resuelve un conjunto de problemas que tienen algo en común, alguna regla, procedimiento, principio, ley o teorema y, a continuación, plantea problemas análogos a los estudiantes.

Chen y Klahr (2008) diferencian cuatro etapas el transfer analógico: a) Codificación del problema propuesto; b) Acceso a un problema análogo-fuente; c) *Mapping,* o correspondencia,entre el problema propuesto y el análogo-fuente; d) Ejecución de estrategias para solucionar el problema propuesto. La codificación permite la ‘indexación’ del problema en el ‘archivo’ de la memoria a largo plazo (MLP), de modo que pueda luego ser re-activado cuando el sujeto resolutor busque un problema análogo (‘análogo fuente’) que le ayude a resolver el problema que se le ha planteado (‘diana’). Una vez reactivado el análogo fuente, el resolutor debe establecer una correspondencia o *mapping* entre las variables características de ambos problemas y así, el análogo-fuente queda listo para ser usado en la resolución del diana.

Por tanto, la transferencia analógica requiere que el alumno establezca una analogía entre una situación problemática conocida y una nueva (Gentner, 1983). Cuando los problemas tienen enunciado, es usual que la analogía entre problemas diferentes se tenga que construir a partir de la identificación y construcción de relaciones (*mapping*) entre elementos presentes en ellos, característicos de los problemas. Holyoak (1984) ha diferenciado dos grupos de características definitorias de los problemas matemáticos: la ‘Superficie’ y la ‘Estructura’. La Superficie describe la situación problemática en el mundo real, y alude a objetos y eventos en términos concretos (no abstractos). En la educación Secundaria, un grupo importante de problemas académicos tienen naturaleza algebraica. La Estructura de un problema algebraico está determinada básicamente por “*cómo se relacionan las cantidades unas con otras más que por cuáles son esas cantidades*” (Novick, 1988; p. 511). En los problemas que vamos a considerar en este estudio, las ecuaciones resumen las relaciones entre cantidades. Así pues, desde el punto de vista teórico la relación entre dos problemas puede caracterizarse en términos similitud superficial y/o estructural (Holyoak y Koh, 1987).

Los problemas utilizados en este trabajo se pueden relacionar mediante un esquema abstracto común. Este esquema implica dos ecuaciones lineales con una solución única, esto es, se representan geométricamente por dos líneas rectas que se cortan:

Ecuación 1: *y1= y10 + r1 x* Ecuación 2: *y2= y20 + r2 x*

donde *y10* e *y20* son los puntos de corte con el eje de ordenadas y *r1* , *r2*son las pendientes de las rectas (o ‘razones’ de crecimiento o decrecimiento de la variable dependiente). Denominaremos ‘*Alcanzar’* la estructura correspondiente a pendientes positivas y de diferente valor, y ordenadas en el origen también diferentes. Si las pendientes de las rectas tienen signo y valor diferentes, y sus ordenadas en el origen son también distintas, la estructura resultante será denominada ‘*Encontrar’* **[[1]](#footnote-1)**.

En investigaciones anteriores (Reed, 1987; Gómez-Ferragud, Solaz-Portolés y Sanjosé, 2013a, Gómez-Ferragud, Solaz-Portolés y Sanjosé, 2013b), este planteamiento teórico ha servido de base para estudiar las dificultades que los estudiantes de Secundaria tienen en las fases a, b y c del transfer según Chen y Klahr (op.cit.). Se ha analizado si los estudiantes prestan más atención a los elementos superficiales o a los estructurales a la hora de construir esas analogías. Entre los resultados de interés se encontró que muchos estudiantes focalizan su atención sobre la pregunta o demanda del problema: el nombre de la magnitud implicada, su rol algebraico o aritmético, su posición dentro del enunciado, etc. (Castro, Rico, Batanero y Castro, 1991). Muchos estudiantes usan una estrategia “hacia atrás”, desde la pregunta del problema hacia los datos, para intentar resolverlo y, por tanto, los rasgos de la pregunta son elementos de primera importancia para ellos. También se encontró que las similitudes superficiales entre problemas parecían dificultar a los alumnos detectar sus diferencias estructurales. Con mucha frecuencia, los elementos superficiales fueron tomados como base de la codificación y categorización de los problemas (Gómez-Ferragud, Solaz-Portolés y Sanjosé, 2013c).

Los estudios estadísticos mencionados apuntan la existencia de algunos fenómenos didácticos interesantes, pero los procesos mentales implicados no han sido aún analizados. El objetivo del presente trabajo es indagar en las dificultades de los estudiantes durante el proceso de realizar una transferencia analógica entre problemas. Usaremos dos tareas, una de categorización de problemas, y otra de establecimiento de analogías entre problemas con diferentes relaciones analógicas entre ellos. En la segunda tarea usaremos entrevistas y protocolos *think aloud* para tratar de obtener evidencias de los procesos cognitivos y metacognitivos implicados en el establecimiento de analogías o diferencias entre problemas propuestos la segunda tarea. Atenderemos en especial a la influencia de elementos superficiales o estructurales de los problemas. Finalmente, intentaremos extraer las posibles consecuencias didácticas y aprender de estos análisis.

En este trabajo mostramos el análisis de dos entrevistas que ejemplifican dos fenómenos didácticos de interés: el ‘efecto pantalla’ y el ‘efecto Sísifo’. En el primer caso, los elementos superficiales de los problemas impiden al estudiante acceder a la estructura de los mismos y establecer analogías en función de ella. Sin embargo, cuando el estudiante es situado en la representación abstracta, matemática de los problemas, no tiene ninguna dificultad en comprenderla y vincular las ecuaciones con las ideas apropiadas de los enunciados. El segundo caso alude a Sísifo, rey de Corinto mencionado en La Odisea, que fue condenado por los dioses a pasar toda la eternidad en el infierno empujando hacia arriba una pesada roca por la ladera de una montaña. Antes de alcanzar la cima, la roca caía a la base y Sísifo tenía que repetir el esfuerzo. En este caso, el sujeto analizado avanza con esfuerzo a lo largo de la entrevista por un camino correcto, pero no alcanza el estado final de equilibro cognitivo asociado con una comprensión completa. Entonces, el sujeto acaba regresando a un estado que, para él, resuelve su conflictivo cognitivo, pero que no es aceptable desde el punto de vista instruccional, con lo cual el estudiante tendrá que repetir el esfuerzo más adelante.

***2.-Método***

*Estudiantes participantes*

En la primera tarea participaron 21 sujetos pertenecientes a un grupo intacto de 3er curso de ESO (9º grado) de un centro público de enseñanza en un barrio de nivel socio-económico medio en una ciudad de unos 80.000 habitantes. Aunque los sujetos no presentaron *a priori* ninguna característica diferenciadora del resto de la población de ese curso, se trató de una muestra de conveniencia. En la segunda tarea, se excluyeron aquellos estudiantes que mostraron poco interés o entusiasmo en la primera prueba. Se entrevistaron 11 estudiantes que representaron diferentes criterios en la tarea 1: 4 estudiantes representaron a los que usaron un criterio experto correcto; 4 estudiantes basaron su agrupación en el nombre de la magnitud incógnita; 1 estudiante utilizó un criterio mixto cruzando la Estructura con el Contexto de los problemas; 2 estudiantes usaron criterios incoherentes. De estos estudiantes, 2 mostraron dos fenómenos didácticos de interés que se muestran en este trabajo. Uno/a de ellos basó la tarea 1 en un criterio superficial asociado al nombre de la magnitud incógnita. El/la otro/a es el estudiante que utilizó el criterio mixto basado en la conjunción Estructura x Contexto.

*Diseño y materiales*

El estudio implicó dos tareas. Primero se realizó una categorización de problemas (Chi, Feltovich y Glaser, 1981) para activar los procesos básicos implicados en la resolución de problemas por transferencia analógica: codificación, indexación y relación entre problemas. La tarea propuesta al grupo completo de participantes consistió en agrupar enunciados de 8 problemas (ver Anexo 1) en conjuntos, dentro de los cuales sus elementos se resolvieran con las mismas ecuaciones.

La segunda parte del estudio se dedicó al análisis detallado de los procesos mentales de los estudiantes cuando intentan resolver un problema mediante transferencia analógica. La tarea planteada consistió en relacionar un problema propuesto (‘diana’) con diferentes problemas ‘fuente’, y explicar cuál o cuáles de los ‘fuentes’ resultaban de más ayuda para resolver el ‘diana’. Esta tarea se realizó individualmente, mediante una entrevista extensa semiestructurada a cada participante con instrucciones para narrar en voz alta sus pensamientos e intenciones. Se buscó asociar procesos mentales con el establecimiento de analogías de distinto tipo (Clement, 1988) y diferencias entre problemas. La entrevista consistió en las siguientes fases: 1) Recordatorio y clarificación del criterio empleado en la tarea de agrupación; 2) Suministro del problema diana y diferentes problemas fuente para el establecimiento de analogías (y diferencias) que sirvan para la resolución del diana por transferencia; 3) Explicitación de las ecuaciones que resuelven correctamente los problemas fuente y revisión de las analogías y diferencias establecidas. Los problemas utilizados en la entrevista se encuentran en el Anexo 2.

*Análisis*

Todos los problemas utilizados en nuestro estudio están caracterizados por 3 variables o factores: 1.-La Superficie, cuyos elementos son irrelevantes para resolver los problemas; 2.-La Estructura, o relaciones entre las cantidades dadas y la cantidad demandada (la incógnita); 3.-La variable demandada, o Incógnita, que se puede diferenciar por la magnitud que la define, y por el rol algebraico que juega en las ecuaciones (como ‘x’ o como ‘y’). La magnitud demandada está asociada con la temática científica del problema. Se ha probado que los estudiantes de menor conocimiento previo focalizan su atención y son muy influidos por el nombre de la incógnita, su posición en un enunciado o su rol matemático, etc. (Gómez-Ferragud et al, 2013c).

En la Tabla I se analiza uno de los problemas utilizados, para mostrar sus elementos superficiales, aquellos de relevancia estructural y la incógnita.

POR FAVOR, INSERTAR AQUÍ LA TABLA I

Los problemas fuente usados durante la entrevista individual se relacionaron con el problema diana de formas muy bien definidas (Anexo 2). Los 3 problemas ‘fuente lejanos’ que se suministraron en la fase 2A de la entrevista, sólo comparten uno de sus elementos característicos con el ‘diana’ (problemas ‘fuente lejanos’). Así, el fuente ‘Similar lejano’ compartió con el Diana los objetos y situación, pero no la estructura, ni la temática científica (magnitudes) que afecta el nombre de la variable incógnita. El fuente ‘Isomorfo lejano’, compartió la estructura con el Diana, pero no el resto de características (temática, incógnita, objetos y situación). Asimismo, el fuente ‘Relacionado lejano’ compartió con el Diana el nombre de la magnitud incógnita demandada, pero no la estructura, ni los objetos o la situación. Por su parte, los 2 problemas ‘fuente cercanos’ (fase 2B de la entrevista), sólo se diferenciaron del ‘diana’ en una característica constitutiva. El problema ‘Isomorfo cercano’, compartió con el Diana la estructura y el nombre de la magnitud incógnita, pero no los objetos ni la situación; el fuente ‘Relacionado cercano’ compartió con el Diana los objetos y situación, así como el nombre de la magnitud incógnita, pero no la estructura**[[2]](#footnote-2)**. Naturalmente, solamente los problemas Isomorfos (lejano y cercano) se resuelven exactamente con las mismas ecuaciones que el problema Diana.

*Codificación del comportamiento de los sujetos durante la tarea de transferencia*

Se utilizó la codificación propuesta por Codina, Castro y Cañadas (2011, pp. 160-161) para el análisis de los protocolos de resolución de problemas, aunque adaptada a la tarea de transfer analógico. Esta codificación se apoya, a su vez, en el trabajo de Artzt y Armour-Thomas (1992), y en la propuesta anterior de Schoenfeld (1985). Tanto en la etapa en la que se suministró el problema a resolver (‘Diana’) como en la que se ofrecieron los problemas ‘fuente’, se diferenciaron los episodios: Lectura, Análisis y Exploración. La ejecución de la resolución, propiamente dicha, no fue abordada en este trabajo: la tarea demandada a los sujetos fue la de establecer analogías y diferencias entre problemas, es decir, basarse en los problemas fuente para determinar cuál de ellos podría ayudar más a resolver el Diana, pero no ejecutar la resolución completa de éste.

Dentro del episodio de Exploración, se contempló específicamente el establecimiento de similitudes y diferencias entre problemas. Para esta parte tomamos como referencia el trabajo de Clement (1988) sobre el establecimiento y utilización de analogías para resolver problemas de física de cierta dificultad. Dentro de esta fase, diferenciamos las etapas y episodios incluidos en la Tabla II.

POR FAVOR, INSERTAR AQUI LA TABLA II

*Procedimiento*

En una sesión ordinaria de clase, se llevó a cabo la tarea de agrupación de problemas (30 min). Se repartió y leyó la hoja de instrucciones, se realizó una tarea de práctica y a continuación los estudiantes categorizaron y agruparon los 8 problemas propuestos, a partir de la lectura de sus enunciados (sin resolverlos efectivamente).

El estudio de transfer analógico, realizado mediante entrevistas, se inició una semana más tarde y se prolongó 2 meses. Las entrevistas se realizaron en un espacio distinto al aula, en condiciones de privacidad y confort suficiente del estudiante. Se obtuvieron los permisos necesarios de profesores y padres para entrevistar y grabar las sesiones en video. La cámara se dispuso de tal forma que el rostro del participante nunca estuvo en plano, pero sí los problemas y las acciones del sujeto. Cada problema se mostró sobre una cartulina de diferente color, de modo que fue siempre perfectamente distinguible en las imágenes grabadas. Las acciones y verbalizaciones de cada estudiante pudieron ser asociadas claramente con los distintos problemas.

Uno de los investigadores (CG) actuó como entrevistador. La entrevista siguió un protocolo planificado que se ajustó a cada sujeto. Comenzó recordando la agrupación realizada por el sujeto en la primera tarea. El propósito fue activar los criterios de codificación y categorización de problemas, que son procesos subyacentes en el establecimiento de analogías entre problemas. Luego, el entrevistador planteó a cada sujeto la segunda tarea: determinar cuál o cuáles de los problemas ‘fuente’ suministrados era de mayor ayuda para resolver el problema ‘diana’, y explicar la razón. También recordó que el propósito del estudio era estudiar los procesos mentales que siguen los estudiantes cuando han de resolver problemas, y no juzgar la calidad de la resolución. Las entrevistas se articularon sobre un protocolo predefinido, aunque se adaptaron a cada participante. El entrevistador intervino siempre que se hizo necesario estimular al estudiante para que expresara en voz alta sus pensamientos, o clarificara sus acciones y sus objetivos. Se advirtió que las interrupciones en ningún caso se deberían a la correcta o incorrecta actuación del estudiante durante la ejecución de la prueba. La duración de las entrevistas fue variable, entre 15 y 25 min.

***3.-Estudio de casos***

A continuación se presentan porciones extensas de las entrevistas a dos estudiantes. Se ha respetado el progreso mental de los alumnos, de modo que los fragmentos eliminados son mínimos, y han sido sustituidos por narraciones (en cursiva).

En negrita se recogen las intervenciones literales del sujeto (S) y del entrevistador (E). En cursiva y entre corchetes se realizan los comentarios y análisis pertinentes. En la columna de la izquierda, se muestra el momento de cada segmento de la entrevista (*minuto:segundo*), y el código asociado con los 3 episodios definidos en el establecimiento de analogías y diferencias entre problemas, recogido en la Tabla II (GA/GD; DA/DD; UA/UD).

*Caso MLP: ‘Efecto Pantalla’, o imposibilidad de apreciar las diferencias estructurales entre problemas, a causa de sus similitudes superficiales.*

POR FAVOR, INSERTAR AQUI EL CUADRO I

*Caso SuperMario64: ‘Efecto Sísifo’, o de retorno del sujeto al uso de criterios superficiales inapropiados, tras haber avanzado en la elaboración de criterios estructurales.*

POR FAVOR, INSERTAR AQUI EL CUADRO II

***5.-Discusión de los casos***

El caso MLR es un ejemplo claro, prototípico, de “efecto pantalla” según el cual las características estructurales de los problemas son ocultadas al sujeto por las superficiales. En el caso anterior, el sujeto no pudo establecer las analogías apropiadas entre problemas porque los rasgos superficiales y explícitos (en este caso, el nombre de las magnitudes-incógnita de los problemas) captaron toda su atención y recibieron una importancia espuria, inadecuada (ver transcripción entre los minutos 11:52 y 13:10, por ejemplo). Sin embargo, una vez es situado por el entrevistador en la representación abstracta, matemática de los problemas, es capaz de comprender el significado de las ecuaciones, y es capaz de asociar las ecuaciones a las ideas clave de los enunciados, completando la “traducción inversa”: puede hacer la transición Ecuaciones 🡪 Enunciados, pero no la transición Enunciados 🡪 Ecuaciones a causa del “apantallamiento”. Cuando se retira la “pantalla”, el sujeto percibe correctamente lo que se le muestra y entiende todo el proceso de transferencia (ver entrevista a partir del minuto 18:10).

El efecto pantalla es específico de la situación mostrada. Cuando un estudiante no puede realizar la traducción algebraica de los problemas pero tampoco es capaz de entender las ecuaciones en sí mismas, ni su relación con ideas expresadas en los enunciados, no existe “efecto pantalla”, ya que este estudiante no puede percibir lo que se le muestra tras las “pantalla”, cuando ésta se retire.

Varios son los aspectos particulares que pueden distinguirse en el proceso seguido por el segundo caso, SuperMario64. Como se ha visto en la evolución de los razonamientos de SuperMario64 durante las tres fases de la entrevista, el sujeto establece analogías y diferencias entre problemas, usando un criterio aparentemente adecuado. Sin embargo ese criterio no acaba de ser bien comprendido, al menos no en sus implicaciones, por lo que el sujeto no alcanza el éxito pretendido en la entrevista. La explicación de esto es que las ideas-clave sobre las que razona, que son relevantes para comprender la estructura de los problemas, están en realidad explicitadas en los enunciados, (ver entrevista entre los minutos 04:32 y 5:03), por lo que su mención no es garantía de que el sujeto haya llegado a comprender qué significado matemático tienen (ver transcripción a partir del minuto 11:11). En un cierto momento de la entrevista, el sujeto comienza a manifestar su falta de comprensión de la estructura cuando se enfrenta a los problemas ‘Relacionados lejano’ y ‘cercano’, cuya estructura es “*Mezclas*”, y afirma que se resuelven igual que el Diana y los ‘Isomorfos lejano y cercano’, cuya estructura es “*Encontrar*” (ver 06:10-07:02 y 07:51-09:27). Cuando el investigador presente intenta averiguar si la argumentación sobre ideas-clave de los enunciados conlleva el abandono de criterios superficiales, el sujeto comienza a dudar y aparece el conflicto cognitivo (ver fragmento en el intervalo 05:04-07:02). Este conflicto cognitivo no se resuelve de forma adecuada en la fase 3 de la entrevista, cuando se suministran los cinco problemas fuente correctamente solucionados. Las ecuaciones se convierten para el estudiante en obstáculos de comprensión: no logra entenderlas ni vincularlas con las ideas correspondientes de los enunciados, ni siquiera con las ideas-clave que él mismo tomó como sostén de su criterio. No consigue, por tanto, realizar ninguna de las dos transiciones necesarias, ni la traducción Enunciados 🡪 Ecuaciones, ni tampoco la inversa Ecuaciones 🡪 Enunciados. Al no lograr alcanzar un estado final estable de comprensión, y hallarse en una situación de conflicto cognitivo, regresa a un estado no-conflictivo para él, sostenido por un criterio incorrecto. Esto supone un retroceso en su avance hacia el aprendizaje. Como Sísifo, cuando empujaba la roca montaña arriba y ésta caía de nuevo antes de alcanzar la cumbre, si el alumno no logra llegar hasta el equilibrio que significa la comprensión, estará condenado a realizar esfuerzos ímprobos continuamente.

***6.-Conclusiones y reflexiones didácticas***

El efecto de apantallamiento de lo estructural por lo superficial ha sido encontrado antes en estudios similares de resolución de problemas (Gómez-Ferragud et al, 2013b), y antes, sugerido por Reeves y Weisberg (1994) quienes mostraron la dificultad psicológica de atender lo abstracto, no evidente, pasando más allá de lo superficial y evidente. Estas ideas junto con los resultados empíricos anteriores de naturaleza estadística, parecen apoyar la conjetura de que muchos alumnos de secundaria elaboran modelos mentales analógicos, concretos, del mundo ordinario, antes de intentar elaborar representaciones abstractas, matemáticas de los problemas. En ocasiones, la representación abstracta contiene elementos llamativos que obstaculizan al sujeto construir la representación abstracta adecuada, pues son irrelevantes. El trabajo didáctico consistiría entonces en ayudar a los estudiantes a filtrar y eliminar los elementos irrelevantes, superficiales de los enunciados, para aprender a concentrarse solamente en los estructurales. Esto no parece tarea sencilla, e incluso algunos investigadores han sugerido que el éxito en este cometido depende más bien de un factor psicológico interno de los sujetos: la dependencia/independencia de campo (Witkin, Moore, Godenough y Cox, 1975). Los estudiantes independientes de campo son capaces de abstraer con facilidad los elementos importantes, comunes a varias situaciones particulares, y alcanzar la estructura de las mismas rápidamente, mientras los dependientes de campo dependen fuertemente de los contextos particulares para comprender los conceptos implicados, por lo que tienen dificultades en generalizar y abstraer. En este caso, la pregunta sería, ¿pueden los profesores ayudar de algún modo a los estudiantes dependientes a ser independientes de campo? En todo caso, los profesores deben ser conscientes de la dificultad grande que el proceso de traducción algebraica implica. Cuando enseñan a sus estudiantes a resolver problemas, y resuelven varios ejemplos apropiados, en realidad están ayudando a esos estudiantes a conectar la resolución matemática con el enunciado (Ecuaciones 🡪 Enunciado). La comprensión de este proceso de “traducción algebraica inversa” no implica la comprensión del proceso deseado, Enunciado 🡪 Ecuaciones. Hay que tratar de evitar la confusión entre los dos sentidos de la transición para lograr el éxito instruccional.

El segundo caso nos permite conocer, no sólo un efecto indeseado en el proceso de comprensión, sino también un fenómeno didáctico de importancia para los profesores. Este fenómeno didáctico está motivado por la ‘apariencia de comprensión’ que el sujeto muestra cuando sostiene que las analogías y diferencias entre problemas estriban en la igualdad o diferencia en ciertas ideas clave (ver Tabla II). El ‘efecto Sísifo’ mostrado en la entrevista -o de ‘retroceso’ del sujeto tras un avance incompleto-, se produce como consecuencia de la imposibilidad del sujeto de alcanzar un nuevo estado cognitivo de estabilidad, asociado con una comprensión completa de las analogías y diferencias en la estructura algebraica de los problemas. No completar el proceso de elaboración de una representación mental adecuada de todos esos problemas, acaba por suponer un fracaso didáctico. Los profesores deberían prestar atención a la diferencia entre una ‘apariencia de comprensión’ y la comprensión real. Cuando el sujeto expresa una idea de relevancia estructural para sostener sus argumentos, se puede producir en los profesores una ilusión de que el sujeto está comprendiendo cuando, en realidad, no es así. Esto puede conducir a relajar el trabajo instruccional necesario para llevar al alumno definitivamente a la representación abstracta de los problemas. Esta ilusión está provocada por las inferencias que el propio profesor elabora para conectar la parte de la información (las ideas clave) mencionadas por el alumno, que en realidad están explícitas en los enunciados, con otra parte (las estructuras de los problemas) que están implícitas. Esto recuerda uno de los fenómenos didácticos que Brousseau definió como “efecto Jourdain” (Brousseau, 1986) según el cual, el profesor intelectualiza y da importancia a ciertas respuestas y comportamientos de los alumnos en los que reconoce indicios de conocimiento, cuando en realidad estas respuestas y comportamientos tienen causas, motivaciones y significados triviales. Este caso nos previene de trivializar los procesos mentales de los sujetos cuando tratan de establecer analogías estructurales entre problemas, y nos hace ver que los estudiantes se encuentran grandes obstáculos en el camino de la comprensión de la transferencia analógica, que es una de las estrategias más usadas en las aulas para enseñar a resolver problemas.

***7.-Referencias Bibliográficas***

ARTZT, A. y ARMOUR-THOMAS, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9 (2), pp. 137-175. doi: 10.1207/s1532690xci0902\_3

BERNARDO, A.B.I. (2001). Analogical problem construction and transfer in mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 21(2), pp. 137-150.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), pp. 33-115.

CASTRO, E.; RICO, L.; BATANERO, C. y CASTRO, E. (1991). Dificultad en problemas de comparación multiplicativa. En F. Furinghetti (Ed) *Proceedings Fifteenth PME Conference* Vol 1. Assisi, Italy, (pp 192- 198).

CHEN, Z. y KLAHR, D. (2008). Bridging the gap: Remote transfer of problem-solving and scientific reasoning strategies in children. In R. Kail (Ed.), *Advances in child development and behavior*. Vol. 36, Burlington, MA: Academic Press, (pp. 419–470)

CHI, M.T.H., FELTOVICH, P.J. y GLASER, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, pp. 121-152.

CLEMENT, J. (1988). Observed methods to generate analogies in scientific problem solving. *Cognitive Science,* 12, pp. 563-586.

CODINA, A.; CASTRO, E. y CAÑADAS, M.C. (2011). Un sistema de categorías para el análisis de la interactividad en una i-actividad de resolución de problemas. En J.L. Lupiañez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. M. Palarea y A. Maz (Eds), *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática*. Granada: Grupo de pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática, (pp. 157-164)

GENTNER, D. (1983). Structure-mapping. A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7, pp. 155-170. doi: 10.1016/S0364-0213(83)80009-3.

GICK, M.L. y HOLYOAK, K.J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology,* 15, pp. 1–38.

GÓMEZ-FERRAGUD, C.B.; SOLAZ-PORTOLÉS, J.J. y SANJOSÉ, V. (2012).Una revisión de los procesos de transferencia para el aprendizaje y enseñanza de las ciencias. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, vol. 26, pp. 199-227.

GÓMEZ-FERRAGUD, C.B., SOLAZ-PORTOLÉS, J.J. y SANJOSÉ, V. (2013a). Efectos de la similitud superficial y estructural sobre la transferencia a partir de análogos en problemas de alta y baja familiaridad: primeros resultados. *Enseñanza de las Ciencias,* 31(1), pp.135-151.

GÓMEZ-FERRAGUD, C.B.; SOLAZ-PORTOLÉS, J.J. y SANJOSÉ, V. (2013b). Analogy Construction and Success in Mathematics and Science Problem-Solving: a Study with Secondary Students. *Revista de Psicodidáctica,* 18(1), pp. 81-108.

GÓMEZ-FERRAGUD, C.B., SOLAZ-PORTOLÉS, J.J. y SANJOSÉ, V. (2013c). Dificultades para codificar, relacionar y categorizar problemas verbales algebraicos: Dos estudios con alumnos de secundaría y profesores en formación. Pendiente de revisión en *Bolema*.

HOLYOAK, K.J. (1984). Analogical thinking and human intelligence. In R.J. Sternberg (Ed).*Advances in the psychology of human intelligence*, vol. 2. Hilsdale, NJ: Erlbaum, (pp. 199-230).

HOLYOAK, K.J., y KOH, K. (1987). Surface and structural similarity in analogical transfer. *Memory and Cognition*, *15*(4), pp. 332-340. doi: 10.3758/BF3197035

NOVICK, L. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 14, pp. 510-520. Disponible en: http://psycnet.apa.org/index.cfm?fa=search.displayRecord&uid=1988-31644-001

REED, S.K., DEMPSTER, A. y ETTINGER, M. (1985). Usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition,* 11, pp. 106-125.

REED, S.K. (1987). A structure-mapping model for word problems. *Journal of* *Experimental Psychology: Learning,* *Memory and Cognition*, 13, pp. 124- 139.

SHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

WITKIN, H.A., MOORE, C.A., GODENOUGH, D.R. y COX, P.W. (1975). *Field-dependent and field-independent cognitive styles and their educational implications*. Research bulletin. Princeton, New Jersey: Educational Testing Service

***8.-Anexo 1: Problemas utilizados en la tarea de agrupación***

Los 8 problemas de esta tarea se obtuvieron de un diseño 2X2X2 (estructura X temática X magnitud incógnita), manteniendo común el máximo de elementos sintácticos. (Entre paréntesis los cambios de uno a otro problema en el enunciado y en la pregunta).

|  |  |
| --- | --- |
| **Estructura *Encontrar*** | **Estructura *Alcanzar*** |
| **Enunciados**: Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas (*neumáticas*) idénticas, una que toma calor (*extrae* *gas*) de A y lo transfiere a (*introduce en*) un acumulador (*depósito*) y otra que toma el calor (*extrae* el *gas*) del acumulador (*depósito*) y lo transfiere a (*introduce en*) B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm3/cal (*cm3/g*) y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm3/cal (*cm3/g*).  **Preguntas:** ¿Cuántas calorías (*gramos*) se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales? ***(****¿Qué volumen habrá en A y en B cuando sus volúmenes sean iguales?*) | **Enunciados**: Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas (*neumáticas*) idénticas, que extraen calor (*toman* *gas*) de un acumulador (*depósito*) y lo transfieren a (*introducen en*) cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm3/cal (*cm3/g*) y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm3/cal (*cm3/g*).  **Preguntas:** ¿Cuántas calorías (*gramos*) se habrán transferido a A y a B, cuando sus volúmenes sean iguales? (*¿Qué volumen habrá en A y en B cuando sus volúmenes sean iguales?*) |

**Nota**: Para reducir la extensión ocupada, entre paréntesis se indican las diferencias entre enunciados de los 8 problemas utilizados en la prueba. Téngase en cuenta que se ha indicado que los globos son de distinto material para permitir que el gas en su interior esté sometido a distintas presiones.

***9.-Anexo 2: Problemas utilizados en la prueba de transfer (fase 2 de las entrevistas).***

|  |
| --- |
| **PROBLEMA DIANA** |
| Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, una que extrae gas de A y lo introduce en un depósito y otra que extrae el gas del depósito y lo introduce en B. El globo A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm3/g y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30 cm3/g.  ¿Cuántos gramos de gas se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales? |
| **PROBLEMAS FUENTE LEJANOS (FASE 2A)** |
| **(Similar: SIM1)** Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen de 2000 cm3 y el globo B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas térmicas idénticas que extraen calor de un acumulador y lo transfieren a cada globo. El globo A va aumentando su volumen a razón de 20 cm3/kilocaloría y el globo B va aumentando su volumen a razón de 30cm3/kilocaloría.  ¿Cuántas kilocalorías se habrán transferido a A y a B cuando sus volúmenes sean iguales?  **(Isomorfo: ISO1)** Dos condensadores eléctricos A y B diferentes están conectados a un circuito eléctrico. Inicialmente el condensador A tiene una diferencia de potencial eléctrico entre sus bornes 2000 Voltios mayor que B. Entonces se conectan a la vez dos dispositivos idénticos, uno que extrae carga de A y la transfiere a un acumulador y otro que extrae la carga del acumulador y la transfiere a B. El condensador A va disminuyendo su potencial a razón de 20 Volt/microculombio y el condensador B va aumentando su potencial a razón de 30 Volt/microculombio.  ¿Cuántos microculombios se habrán transferido de A a B cuando sus diferencias de potencial sean iguales?  **(Relacionado: REL1)** Consideremos dos depósitos A y B diferentes, con disolución de ácido ascórbico en agua. Inicialmente el contenedor A contiene un volumen 2000 cm3 de disolución más que B. Entonces se conectan a la vez dos bombas hidráulicas idénticas, una que extrae disolución de A y la introduce en un contenedor vacío y otra que extrae la disolución del contenedor y la introduce en B. La disolución A contiene ácido con densidad de 20 g/cm3 y la disolución B contiene ácido con una densidad de 30 g/cm3.  ¿Cuántos gramos de ácido ascórbico se habrán transferido de A a B cuando sus volúmenes sean iguales? |
| **PROBLEMAS FUENTE CERCANOS (FASE 2B)** |
| **(Relacionado: REL2)** Consideremos dos globos A y B de diferente tamaño y fabricados con distinto material. Inicialmente el globo A tiene un volumen 2000 cm3 mayor que B. Entonces se conectan a la vez dos bombas neumáticas idénticas, una que extrae gas licuado de A y lo introduce en un depósito vacío y otra que extrae el gas licuado del depósito y lo introduce en B. El globo A tiene un gas licuado con una densidad de 20 g/cm3 y el globo B tiene un gas licuado con una densidad de 30 g/cm3.  ¿Cuántos gramos de gas licuado se habrán transferido de A a B, cuando sus volúmenes sean iguales?  **(Isomorfo: ISO2)** Consideremos dos depósitos A y B de diferente tamaño con disolución de ácido ascórbico en agua. Inicialmente el depósito A contiene un volumen 2000 cm3 de disolución y el depósito B está vacío. Entonces se conectan a la vez dos bombas hidráulicas idénticas, una que extrae disolución de A y la introduce en un contenedor con agua, y otra que extrae disolución del contenedor y la introduce en B. La disolución A va disminuyendo su volumen a razón de 20 cm3/g de ácido y la disolución B va aumentando su volumen a razón de 30 cm3/g de ácido.  ¿Cuántos gramos de ácido ascórbico se habrán transferido de A a B cuando sus volúmenes sean iguales? |

1. Los nombres de ambas estructuras se han tomado de la cinemática de móviles: un vehículo que alcanza a otro moviéndose por la misma carretera (Alcanzar), o dos vehículos que se mueven en sentido opuesto en la misma carretera y acaban encontrándose (Encontrar). [↑](#footnote-ref-1)
2. La estructura de este problema ‘Relacionado cercano’ corresponde ‘mezclas’, como el ‘Relacionado lejano, REL1’. Por eso no lo denominamos ‘Similar cercano’, a pesar de que ahora comparte objetos y magnitudes con el Diana. El ‘Similar lejano SIM1’ de la parte anterior, tiene estructura ‘Alcanzar’. [↑](#footnote-ref-2)